ФАКТОР САҚИНАНЫҢ ЖАЙ ИДЕАЛЫ

Авторы: ***Мирахматова М.Ш.****, «Математика» мамандығының 4 курс студенті*
Ғылыми жетекші: ***Алимбаев А.А.****, математика магистрі, аға оқытушы*
Қостанай мемлекттік педагогикалық университеті

Екі бинарлық операциясы (қосу және көбейту) бар А жиыны ***сақина*** деп аталады, егер келесі аксиомалар орындалса:

1) Қосу амалы бойынша А жиыны абельдік топ болып табылады.

2) Көбейту амалы ассоциативті: $\forall x, y, z \in A$ үшін $(xy)z = x(yz)$ және көбейту амалының қосу амалына қатысты дистрибутивтілігі:

$$x(y+z) = xy + xz, \qquad (y+z)x = yx + zx$$

Қарастыратын сақина *коммутативті және бірлігі бар сақина* сондықтан:

3) $xy = yx$ барлық $x, y \in A$ үшін.

4) Сонымен қатар $1 \in$ A элементі бар, ол $x1 = 1x = x$ барлық $x \in$ A үшін.

А сақинасындағы ***идеал*** деп $\mathrm{A}\mathfrak{a} \subseteq \mathfrak{a}$ қасиеті бар кез келген аддитивті ішкі топ аталады (яғни, $\mathrm{x} \in \mathrm{A}$ және $\mathrm{y} \in \mathfrak{a}$ үшін $\mathrm{xy} \in \mathfrak{a}$ болып шығады). А-дағы көбейту $\mathrm{A}/\mathfrak{a}$ фактор тобындағы белгілі бір көбейтуді индукциялайды, ал ол осы топты $\mathrm{A}/\mathfrak{a}$ фактор сақинасы (немесе айырым кластар сақинасы) деп аталатын сақинаға айналдырады. $\mathrm{A}/\mathfrak{a}$ элементтері – ол $\mathfrak{a}$ бойынша А-ның іргелес кластары және φ бейнесі: А – $\mathrm{A}/\mathfrak{a}$ кез келген $\mathrm{x} \in \mathrm{A}$ элементін $x + \mathfrak{a}$ класына айналдырып, сақиналардың сюръективті гомоморфизмі болып табылады [1].

А-кейбір сақина болсын (коммутативті); М абельдік топ А-да сызықты болса, онда А модуль деп аталады. Дәлелрек айтқанда, модуль келесі аксиомалар орындалатын жұп (M, μ), мұндағы М – абельдік топ, ал

$$\mu\colon \mathrm{A} \times \mathrm{M} \to \mathrm{M}$$

бейнелеу, онда біз $\mu(a, x)$, $(a \in \mathrm{M},\ x \in \mathrm{M})$ орнына ax жазамыз:

$$a(x+y) = ax + ay,$$
$$(a+b)x = ax + bx,$$
$$(ab)x = a(bx),$$
$$1x = x \quad (a, b \in A, \qquad x, y \in M).$$

(Эквивалентті анықтама: $A \to E(M)$ гомоморфизм мен М абельдік тобы модуль деп аталады. Мұндағы $E(M)$ М абельдік тобының эндоморфизмдерірің сақинасы.)

Модуль түсінігінің бірнеше білгілі түсініктемелері мен мысалдары бар.

Мысалдары:

1) А сақинасының кез келген $\mathfrak{a}$ идеалы А-модуль болып табылады.

2) $\mathrm{A} - k$ өрісі болсын, онда А-модуль деп k өрісіндегі А векторлық кеңістігін атайды.

3) $\mathrm{A} = Z$; Z −модулі − абельдік топ $(x + \cdots + x,$ онда $nx)$.

4) $\mathrm{A} = k(x)$. А−модуль деп k өрісіндегі сызықты кеңістік және сызықты операторды айтады.

5) G−ақырлы топ, $\mathrm{A} = k(\mathrm{G})$ k өрісінің үстіндегі топтық G – алгебрасы (коммутативті сақына, егер G– әбілдік топ болса ғана). A −модулі − k өрісінің үстіндегі G тобының көрсетілімі.

M және N – кейбір A −модулдері болсын. $f\colon \mathrm{M} \to \mathrm{N}$ бейнелеуі гомоморфизм деп аталады, егер

$$f(x + y) = fx + fy,$$
$$f(ax) = af(x)$$

барлық $a \in \mathrm{A}$ және $x, y \in M$. Егер A–өріс болса, онда A −модулінің гомоморфизмі− ол сызықты кеңістіктердің сызықты бейнелеулері.

A–модулдерінің гомоморфизмдерінің композициясы гомоморфизм болады. M -ді N-ге бейнелейтін A–модулдерінің барлық гомоморфизмдер жиынын A–модульге айналдыруға болады, $f + \mathrm{g}$ және af–ті келесі формуламен өрнектеледі.

$$(f + \mathrm{g})(x) = f(x) + g(x),$$
$$(af)(x) = af(x)$$

барлық $x \in M$. Бұл A–модулін $Hom_A(M, N)$ деп белгіленеді.

$u\colon M' \to \mathrm{M}$ және $v\colon N \to N"$ гомоморфизмдері келесі бейнелеулерге дейін жалғасады (индуциялайды).

$\bar{u}\colon Hom(M, N) \to Hom(M', N)$, $\bar{v}\colon Hom(M, N) \to Hom(M, N")$,

$\bar{u}\,(f) = f \circ u$, $\bar{v}\,(f) = v \circ f$.

K – жиыны *тұтастылық облысы*, онда $x, y \in K$ үшін $xy = 0$ теңдігінен $x = 0$ немесе $y = 0$ [2].

$\mathfrak{p}$ *жай идеал* деп аталады, егер $\mathfrak{p} \neq A$ және $x, y \in \mathfrak{p}$,мұндағы $x \in \mathfrak{p}$ және $y \in \mathfrak{p}$.

$\mathfrak{p}$-жай идеал $\Leftrightarrow$ $A/_{\mathfrak{p}}$–тұтастылық облысы $\mathfrak{p}[x] \Leftrightarrow$ $A[x]/_{\mathfrak{p}[x]}$.

Сөйлем 1. $\mathfrak{p}$ – A-дағы жай идеал болса, онда $\mathfrak{p}[x]$ жиыны $\mathrm{A}[x]$ сақинасының жай идеалы болады.

Дәлелдеуі: $\mathfrak{p}$- A сақинасының жай идеалы болсын.

Онда A –сақинасы $\mathfrak{p}$- идеалы бойынша $A/_{\mathfrak{p}}$ − фактор сақинасына айналады және анықтама бойынша $A/_{\mathfrak{p}}$ −тұтастылық облысы болып табылады.

$A[x]/_{\mathfrak{p}[x]} \cong \left(A/_{\mathfrak{p}}\right)[x]$ изоморфты болса және $A[x]/_{\mathfrak{p}[x]}$ тұтастылық екенін дәлелдесек. Онда $\mathfrak{p}[x]$ −жай идеал.

$$\varphi\colon A[x]/_{\mathfrak{p}[x]} \to \left(A/_{\mathfrak{p}}\right)[x]\,,$$

$$Ker\varphi = \left\{\varphi(x) = 0 \mid x \in A[x]/_{\mathfrak{p}[x]}\right\}$$

$$\varphi(x) = 0 \Rightarrow \varphi(x) \in \mathfrak{p}[x]$$

иньективті және сюрьективті.

$$A[x]\Big/_{\mathfrak{p}[x]} \cong \left(A/_{\mathfrak{p}}\right)[x]\,, \; A[x]\Big/_{\mathfrak{p}[x]} \cong A_{\mathfrak{p}}[x]$$

$A[x]\Big/_{\mathfrak{p}[x]}$ – тұтастылық облысы.

$a_n \neq 0, \quad a_0, a_1, \dots, a_n \in Z$

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$
$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_mx^m$$

$b_m \neq 0, \quad b_0, b_1, \dots, b_m \in (5)$

Идеалдың анықтамасы бойынша $\mathfrak{p}[x]$ аддитивті абельдік топ болу қажет. Шынында да көпмүшеліктің коэффициенттері $\mathfrak{p}$ идеалының элементтері болғандықтан $\mathfrak{p}[x]$ абельдік топ болады. $A[x]$ сақинасының кез келген элементін $\mathfrak{p}[x]$ тобының элементіне көбейтсек, онда көбейтіндінің мәні $\mathfrak{p}[x]$ тобының элементі болып табылады, сондықтан $\mathfrak{p}[x]$ тобы $A[x]$ сақинасының жай идеалы.

Дербес мысал:

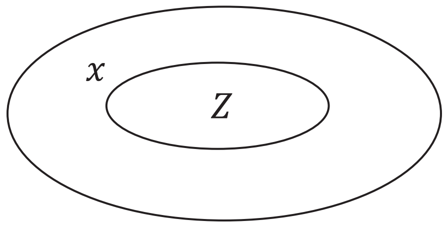
$A = Z,\ A[x] = Z[x] \Rightarrow Z[x] \supset Z$

$f(x) \in Z[x]$,(сурет 1)

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$

$Z = \{0, -1, 1, -2, 2, \dots, -n, n, \dots\}$

$Z[x]\Big/_{(5)[x]}$,



Сурет 1

Z-бүтін сандар жиыны сақина.

I. $\langle Z, + \rangle$ – абельдік топ

II. $\langle Z, \circ \rangle$ – жартылай топ

III. кез-келген $a, b, c \in Z$

$(a + b)c = ac + bc$

Мысал: , Z_5-сақина, $Z_5 = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}\}$

$\circ$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$
$\overline{1}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{1}$	$\overline{3}$
$\overline{3}$	$\overline{0}$	$\overline{3}$	$\overline{1}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$
$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{4}$	$\overline{3}$	$\overline{2}$	$\overline{1}$

$\mathfrak{p} \lhd A$ *болсын, онда* $\mathfrak{p}[x] \lhd A[x]$

$(5) = \{0, -5, 5, -10, 10, \dots, -5n, 5n\}$

$5k_1 + 5k_2 = 5(k_1 + k_2),\ \ k_1, k_2 \in Z$

$a \cdot 5k \in (5)$

$Z = A,\ Z/_{(5)} = Z_5,\ \mathfrak{p} = (5)$

1. $\mathfrak{p}$-жай идеал $\Leftrightarrow A/_{\mathfrak{p}}$ -тұтастылық облысы;

2. $\mathfrak{m}$- максималды идеал $\Leftrightarrow A/_{\mathfrak{m}}$ – өріс.

$\mathfrak{m}$ А-ның максимальды идеалы, онда $\mathfrak{m}[x]$ $A[x]$-ң максимал идеалы.
$\mathfrak{m}$- максималды идеал $\mathfrak{m}[x] \Leftrightarrow A[x]/_{\mathfrak{m}[x]}$.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. М. Атья, И. Макдональд – Введение в коммутативную алгебру, Москва 1972. – 157 стр.
2. Питер Дж. Камерон – Алгебраға кіріспе. – Алматы, 2013.– 444 бет.

«ӘСЕМДІК САЛОНЫ» МӘЛІМЕТТЕР ҚОРЫН ЖОБАЛАУ

Авторлар: ***Пернебай Б.А.****, «Информатика»мамандығының 3 курс студенті,*
Айтбенова А.А.*, п.б.б.м., ИжКТ кафедрасының аға оқытушысы*
Ғылыми жетекшісі: ***Айтбенова А.А.****, п.б.б.м., аға оқытушы*
Қостанай мемлекеттік педагогикалық институты

Компьютерлік техниканың даму сатысының алғашқы сатысында кез келген қолданбалы программа арнаулы мәліметтерді жинақтаумен қатар жүрді, сондықтан оның көлемі үлкен жұмысты жылдам жүргізуге кері әсерін тигізді. 70-жылдарда ЭЕМ-нің жүйелік дамуына байланысты жағдай жақсара бастады. ЭЕМ-да шешілетін есептердің жалпы ортақ мақсаты болды. Бұл мақсатқа жету үшін алғашқы мәліметтерді жинақтап енгізу қажет. Пәндік облыстың дамуы және жұмысқа араласуына байланысты бұл деректер ішкі структурасы анықталмаған өзара байланыстылық қасиеті жоқ қажетсіз ақпараттың жиынын туындатады. Сол алғашқы мәліметтерді сипаттау, сақтау, өңдеудің жалпы ережелеріне сәйкестендіріп жүйелі түрге келтірілген, құрылымы нақты анықталған ақпараттық массив құрса, оны мәліметтер қоры немесе мәліметтер базасы деп атайды.

Кез келген МҚБЖ мәліметтермен төрт қарапайым операция орындауға мүмкіндік береді:

– кестеге бір немесе бірнеше жазбаны қосу;

– кестеден бір немесе бірнеше жазбаны жою;

– кейбір өрістердің бір немесе бірнеше жазбаларындағы мәндерді жаңарту;

– берілген шартты қанағаттандыратын бір немесе бірнеше жазбаларды табу [1].