

Сравнивая правые части двух выражений, видим, что они равны.
Аналогично, показывается выполнение правой дистрибутивности.

Матрицу кватернионов, можно рассматривать как матрицу над кольцом полиномов от кватернионов. В этом случае кватернион можно определить как многочлен вида $x + yi + zj + hk$ от переменных i, j, k , где $x, y, z, h \in R$. Сумму и произведение кватернионов мы указали выше. Определение суммы и произведения полиномов вводятся так же, как и для кватернионов. Например, пусть даны два многочлена степени 2:

$$a(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 \text{ и } b(t) = b_0 + b_1t + b_2t^2,$$

то их сумма и произведение вычисляются так:

$$\begin{aligned} a(t) + b(t) &= (a_0 + a_1t + a_2t^2) + (b_0 + b_1t + b_2t^2) = \\ &= (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)t + (a_2 + b_2)t^2, \\ a(t) \cdot b(t) &= a_0b_0 + (a_0b_1 + a_1b_0)t + (a_0b_2 + a_1b_1 + a_2b_0)t^2 + \\ &\quad + (a_1b_2 + a_2b_1)t^3 + a_2b_2t^4, \end{aligned}$$

где t — это кватернионы. Очевидно, что приведение подобных членов полинома основано на попарной перестановочности всех элементов a_i, b_j, t^k . (см.[4])

Здесь уже аналог основной теоремы алгебры не верен. Так уравнение $t^2 + 1 = 0$ имеет не менее шести решений: $\pm i, \pm j, \pm k$.

Таким образом, построенное в работе множество матриц над телом кватернионов образует кольцо, которое можно рассматривать, как уже отмечалось, как матрицу над кольцом полиномов от кватернионов.

Список использованной литературы

1. <http://mirznanii.com/a/312547-2/kvaterniony-2>
2. Herstein I.N., Abstract algebra (3ed., Wiley, 1995) (КА)(Т)(266s)_MAт_
3. Вавилов Н.А., Конкретная теория колец.- СПб.:СПбГУ, 2006.-129 с.
4. А.Н. Земляков, Б.М. Ивлев, 17 задач по анализу. / Журнал «Квант». Изд. «Наука». Главная редакция физико-математической литературы. – Москва, 1977 (№1).

ПРИМЕРЫ ГРУПП БЛОЧНЫХ МАТРИЦ, ИХ ПОДГРУППЫ И НОРМАЛЬНЫЕ ПОДГРУППЫ

*Авторы: Козловский С.А., Байтлеуова С.Т.,
студенты 4 курса специальности «Математика»
Научный руководитель: Демисенов Б.Н., к.ф-м. н., доцент
Костанайский государственный педагогический университет*

Аннотация

В данной статье построены примеры групп блочных матриц относительно введенных умножений. Найдены их подгруппы, в том числе и нормальная. Впервые в этой статье определено понятие неассоциативной алгебраической структуры с одной бинарной операцией. Построены примеры относительно нового понятия. Эта новая алгебраическая структура требует дальнейших исследований.

Пусть M_2 – множество обратимых матриц над полем F , вида $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$; $a, b, c, d \in F$. Определим $M_{2^2} = \left\langle \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \mid A, B, C, D \in M_2 \right\rangle$ – множество блочных матриц. На этом множестве M_{2^2} зададим операцию « $*$ » как покоординатное умножение:

$$\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \cdot B_1 & A_2 \cdot B_2 \\ A_3 \cdot B_3 & A_4 \cdot B_4 \end{pmatrix}$$

Проверим, является ли множество M_{2^2} группой относительно операции « $*$ », для этого мы проверим, удовлетворяет ли оно четырем аксиомам.

Пусть $X, Y, Z \in M_{2^2}$, где $X = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix}$ $Y = \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix}$ $Z = \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{pmatrix}$

1) Проверим замкнутость множества M_{2^2} относительно « $*$ », то есть $\forall X, Y \in M_{2^2}, X * Y \in M_{2^2}$

$$X * Y = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \cdot B_1 & A_2 \cdot B_2 \\ A_3 \cdot B_3 & A_4 \cdot B_4 \end{pmatrix} \in M_{2^2}$$

Произведение матриц $A_1 \cdot B_1; A_2 \cdot B_2; A_3 \cdot B_3; A_4 \cdot B_4$ – тоже обратимые матрицы, в силу того что множество обратимых матриц является группой.

2) Ассоциативность: $\forall X; Y; Z \in M_{2^2} \quad X * (Y * Z) = (X * Y) * Z$

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} * \left(\begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} B_1 \cdot C_1 & B_2 \cdot C_2 \\ B_3 \cdot C_3 & B_4 \cdot C_4 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} A_1 \cdot (B_1 \cdot C_1) & A_2 \cdot (B_2 \cdot C_2) \\ A_3 \cdot (B_3 \cdot C_3) & A_4 \cdot (B_4 \cdot C_4) \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} (A_1 \cdot B_1) \cdot C_1 & (A_2 \cdot B_2) \cdot C_2 \\ (A_3 \cdot B_3) \cdot C_3 & (A_4 \cdot B_4) \cdot C_4 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} A_1 \cdot B_1 & A_2 \cdot B_2 \\ A_3 \cdot B_3 & A_4 \cdot B_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{pmatrix} = \left(\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix} \right) * \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

При доказательстве использована ассоциативность произведения матриц.

3) Существование нейтрального элемента относительно введенной операции: $\forall X \in M_{2^2} \exists E \in M_{2^2}$ такое что $X * E = X$. Нетрудно убедиться, что в качестве нейтрального элемента подходит блочная матрица

$$E = \begin{pmatrix} E & E \\ E & E \end{pmatrix}, \text{ где } E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

действительно

$$\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E & E \\ E & E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \cdot E & A_2 \cdot E \\ A_3 \cdot E & A_4 \cdot E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix}$$

4) Существование обратного элемента относительно введенной операции: $\forall X \in M_{2^2} \exists X^{-1} \in M_{2^2} \quad X * X^{-1} = E$.

Проверка показывает, что обратный элемент имеет вид:

$$\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} A_1^{-1} & A_2^{-1} \\ A_3^{-1} & A_4^{-1} \end{pmatrix},$$

действительно

$$\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1^{-1} & A_2^{-1} \\ A_3^{-1} & A_4^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \cdot A_1^{-1} & A_2 \cdot A_2^{-1} \\ A_3 \cdot A_3^{-1} & A_4 \cdot A_4^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & E \\ E & E \end{pmatrix}$$

Пусть $X, Y \in M_{2^2}$ – произвольные элементы, посмотрим, выполняется ли равенство $X * Y = Y * X$

$$X * Y = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \cdot B_1 & A_2 \cdot B_2 \\ A_3 \cdot B_3 & A_4 \cdot B_4 \end{pmatrix}$$

$$Y * X = \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \cdot A_1 & B_2 \cdot A_2 \\ B_3 \cdot A_3 & B_4 \cdot A_4 \end{pmatrix},$$

но в общем случае $A_i \cdot B_i \neq B_i \cdot A_i$, $i = 1, 2, 3, 4$.

Таким образом, умножение блочных матриц некоммутативно и построенная группа не является абелевой [1].

Попробуем выделить в построенной группе подгруппу, для чего во множестве M_{2^2} рассмотрим подмножество матриц вида: $\begin{pmatrix} A & E \\ E & B \end{pmatrix}$, назовем эти матрицы диагональными, и обозначим их множество через $W(n; M_2)$, где n – количество блоков на главной диагонали. Чтобы $W(n; M_2)$ была подгруппой нам достаточно, чтобы выполнялась замкнутость групповых операций [2].

Рассмотрим случай $n = 2$.

$$\text{Пусть } X, Y, Z \in W(2; M_2), X = \begin{pmatrix} A_1 & E \\ E & A_2 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} B_1 & E \\ E & B_2 \end{pmatrix},$$

тогда

$$X * Y = \begin{pmatrix} A_1 & E \\ E & A_2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} B_1 & E \\ E & B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \cdot B_1 & E \cdot E \\ E \cdot E & A_2 \cdot B_2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} A_1 \cdot B_1 & E \\ E & A_2 \cdot B_2 \end{pmatrix} \in W(2; M_2)$$

Покажем, что обратный элемент матрицы останется в этом подмножестве:

$$X * X^{-1} = E \text{ или } \begin{pmatrix} A_1 & E \\ E & A_2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} A_1^{-1} & E \\ E & A_2^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & E \\ E & E \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A_1^{-1} & E \\ E & A_2^{-1} \end{pmatrix} \in W(2; M_2) \text{ Как видим, } W(2; M_2) \text{ является подгруппой.}$$

Далее проверим, является ли она нормальной подгруппой.

Пусть $X \in W(2; M_2)$ произвольный элемент и сопряжем его произвольным фиксированным элементом $Y \in M_{2^2}$. Покажем, что

$$Y * X * Y^{-1} \in W(2; M_2).$$

Действительно,

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} A_1 & E \\ E & A_2 \end{pmatrix} \right) * \begin{pmatrix} B_1^{-1} & B_2^{-1} \\ B_3^{-1} & B_4^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 A_1 & B_2 E \\ B_3 E & B_4 A_2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} B_1^{-1} & B_2^{-1} \\ B_3^{-1} & B_4^{-1} \end{pmatrix} \\
& = \begin{pmatrix} (B_1 A_1) \cdot B_1^{-1} & (B_2 E) \cdot B_2^{-1} \\ (B_3 E) \cdot B_3^{-1} & (B_4 A_2) \cdot B_4^{-1} \end{pmatrix} = \\
& = \begin{pmatrix} (B_1 A_1) \cdot B_1^{-1} & E \\ E & (B_4 A_2) \cdot B_4^{-1} \end{pmatrix} \in W(n; M_2)
\end{aligned}$$

Таким образом, с помощью Y мы можем задать отображение:

$$W(2; M_2) \rightarrow Y * W(2; M_2) * Y^{-1}.$$

Проверим, является ли оно биективным, как известно, биективное отображение одновременно является инъективным и сюръективным.

Проверим инъективность, то есть $\forall X, Z \in W(2; M_2)$ из того, что

$$Y * X * Y^{-1} = Y * Z * Y^{-1} \Rightarrow X = Z.$$

В самом деле,

$$\begin{aligned}
& Y * X * Y^{-1} = Y * Z * Y^{-1} \Rightarrow Y^{-1} * (Y * X * Y^{-1}) * Y = Y^{-1} * (Y * Z * \\
& Y^{-1}) * Y \Rightarrow (Y^{-1} * Y) * X * (Y^{-1} * Y) = (Y^{-1} * Y) * Z * (Y^{-1} * Y) \Rightarrow \mathbf{E} * X * \mathbf{E} = \\
& \mathbf{E} * Z * \mathbf{E} \Rightarrow X = Z
\end{aligned}$$

Теперь проверим сюръективность: $\forall X \in W(2; M_2) \exists Z \in W(2; M_2)$ такой, что $Z \rightarrow X$, то есть $Y * Z * Y^{-1} = X$.

Найдем прообраз Z :

$$\begin{aligned}
& Y * Z * Y^{-1} = X \Rightarrow Y^{-1} * (Y * Z * Y^{-1}) * Y = Y^{-1} * X * Y \Rightarrow (Y^{-1} * Y) * Z * \\
& (Y^{-1} * Y) = Y^{-1} * X * Y \Rightarrow \mathbf{E} * Z * \mathbf{E} = Y^{-1} * X * Y \Rightarrow Z = Y^{-1} * X * Y.
\end{aligned}$$

Мы доказали что отображение биективно, а значит

$$Y * W(2; M_2) * Y^{-1} = W(2; M_2)$$

Подгруппа $W(2; M_2)$ является нормальной в группе M_{2^2} . [3]

Ниже приведены примеры множеств с операциями, для которых выполняются все аксиомы группы, кроме ассоциативности. Такие алгебраические структуры назовем неассоциативными группами.

Пример 1: Зададим операцию \odot на множестве M_{2^2} . Операцию \odot определим так же, как и «*», но блочная матрица во втором сомножителе при этом транспонируется.

Проверим, какие из четырех аксиом группы выполняются на этом множестве с введенной операцией.

$$1) \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} B_1 & B_3 \\ B_2 & B_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \cdot B_1 & A_2 \cdot B_3 \\ A_3 \cdot B_2 & A_4 \cdot B_4 \end{pmatrix} \in M_{2^2}$$

множество замкнуто относительно операции.

$$2) \forall X; Y; Z \in M_{2^2}, X \odot (Y \odot Z) = (X \odot Y) \odot Z - \text{ассоциативность.}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \odot \left(\begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{pmatrix} \right) = \\
& = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \odot \left(\begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} C_1 & C_3 \\ C_2 & C_4 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} B_1 \cdot C_1 & B_2 \cdot C_3 \\ B_3 \cdot C_2 & B_4 \cdot C_4 \end{pmatrix} = \\
& = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} B_1 \cdot C_1 & B_3 \cdot C_2 \\ B_2 \cdot C_3 & B_4 \cdot C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 B_1 C_1 & A_2 B_3 C_2 \\ A_3 B_2 C_3 & A_4 B_4 C_4 \end{pmatrix} \quad (1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{pmatrix} \right) = \\
& = \left(\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} B_1 & B_3 \\ B_2 & B_4 \end{pmatrix} \right) \odot \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \cdot B_1 & A_2 \cdot B_3 \\ A_3 \cdot B_2 & A_4 \cdot B_4 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{pmatrix} = \\
& = \begin{pmatrix} A_1 \cdot B_1 & A_2 \cdot B_3 \\ A_3 \cdot B_2 & A_4 \cdot B_4 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ C_3 & C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 B_1 C_1 & A_2 B_3 C_2 \\ A_3 B_2 C_3 & A_4 B_4 C_4 \end{pmatrix} \quad (2)
\end{aligned}$$

(1) \neq (2) не выполняется.

3) Нейтральный элемент не изменился $\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E & E \\ E & E \end{pmatrix}$, где $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4) Обратный элемент имеет вид:

$$\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} A_1^{-1} & A_3^{-1} \\ A_2^{-1} & A_4^{-1} \end{pmatrix}$$

Вывод: является неассоциативной алгебраической структурой с одной бинарной операцией.

Пример 2: Пусть, как и раньше, M_2 – множество обратимых матриц над полем F .

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad a, b, c, d \in F, \quad A \in M_2, \quad M_2^2 = \left\langle \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \mid A, B, C, D \in M_2 \right\rangle$$

Введем на M_2^2 следующую операцию, которую обозначим через \square . Операция \square определяется так же, как и «*», но со сдвигом блоков второго сомножителя против часовой стрелки.

$$\forall X; Y; Z \in M_2^2 \quad 1) X \square Y \in M_2^2 \quad 2) X \square (Y \square Z) = (X \square Y) \square Z \\
3) X \square \mathbf{E} = X \quad 4) X * X^{-1} = E$$

$$1) \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 \cdot B_2 & A_2 \cdot B_4 \\ A_3 \cdot B_1 & A_4 \cdot B_3 \end{pmatrix} \in M_2^2$$

$$\begin{aligned}
2) \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \square \left(\begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} D_1 & D_2 \\ D_3 & D_4 \end{pmatrix} \right) &= \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} B_1 D_2 & B_2 D_4 \\ D_3 B_1 & B_4 D_3 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} A_1 B_2 D_4 & A_2 B_4 D_3 \\ A_3 B_1 D_2 & A_4 D_3 B_1 \end{pmatrix} \quad (1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left(\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{pmatrix} \right) \square \begin{pmatrix} D_1 & D_2 \\ D_3 & D_4 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A_1 \cdot B_2 & A_2 \cdot B_4 \\ A_3 \cdot B_1 & A_4 \cdot B_3 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} D_1 & D_2 \\ D_3 & D_4 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} A_1 B_2 D_2 & A_2 B_4 D_4 \\ A_3 B_1 D_1 & A_4 B_3 D_3 \end{pmatrix} \quad (2)
\end{aligned}$$

$$(1) \neq (2)$$

3) Нейтральный элемент не изменился $\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E & E \\ E & E \end{pmatrix}$, где $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4) Обратный элемент имеет вид:

$$\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} A_3^{-1} & A_1^{-1} \\ A_4^{-1} & A_2^{-1} \end{pmatrix}$$

Вывод: M_2^2 относительно введенной операции является неассоциативной алгебраической структурой с одной бинарной операцией.

Неассоциативные алгебраические структуры представляют отдельный интерес, так как могут быть тесно связаны с неассоциативными кольцами.

Список использованной литературы:

1. Куликов Л.Я «Алгебра и теория чисел». – М., «Высшая школа», 1979. – 558 с.
2. Кострикин А.И. «Введение в алгебру». Ч.1. Основы алгебры. – М., Физматлит, 2004, 271 с.
3. Herstein, I.N. «Abstract algebra» (3ed., Wiley, 1995) (ISBN 0-471-36879-2) 249 с.

ИЗУЧЕНИЕ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА ФРУКТОВОГО ПЮРЕ

Авторы: Кузнецкина А.Ю., студентка 4 курса специальности «Химия»

Научные руководители: Важева Н.В., к.п.н., доцент

Костанайский государственный педагогический университет

Из всех многочисленных условий внешней среды, обеспечивающих жизнедеятельность организма, особое значение придается питанию. Объясняется это тем, что жизнедеятельность организма постоянно сочетается с большим расходом энергии, затраты которой восстанавливаются за счет веществ, поступающих с пищей.

Чем моложе организм, тем интенсивнее протекают в нем обменные процессы, дифференцировка отдельных клеток и тканей, что сопряжено с большей потребностью в энергии. Организм человека даже в состоянии покоя расходует некоторое ее количество. Затрачиваемая энергия зависит от возраста ребенка, вида его деятельности, климатических условий, сезона года.

Для того чтобы обеспечить правильное развитие ребенка в различные возрастные периоды, пища не только в количественном, но и в качественном отношении должна строго отвечать физиологическим потребностям и возможностям детского организма. Полноценное, сбалансированное питание предусматривает содержание в рационе всех основных пищевых веществ: белков, жиров, углеводов, минеральных веществ, витаминов, воды – в оптимальных соотношениях, обеспечивающих правильное разностороннее развитие детей [1].

Сегодня на рынке предоставлено большое количество торговых марок детского питания. Так как сфера детского питания тщательно контролируется, все они безопасны для использования. Но хотелось бы узнать, насколько покупное пюре уступает пюре, приготовленному в домашних условиях.

Общая схема производства яблочного пюре:

Яблоки свежие → Инспекция → Мойка в проточной холодной воде