Демисенов Б.Н. [1] Бейсенова А.О. [2]

1. Научный руководитель, кандидат физико-математических наук, доцент

2. Студент 2 курс, кафедра физико-математических и общетехнических дисциплин, дистанционное обучение, специальность «Математика»

О ПРОБЛЕМАХ И МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ ТЕОРИИ ГРАФОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В 5-6 КЛАССАХ

Современные учебники по математике для 5-6 классов казахстанской общеобразовательной школы содержат задачи, решение которых требует знания начальных элементов теории графов. При этом соответствующий теоретический материал в учебниках отсутствует. Единственное упоминание о графах находится в учебнике для 6-го класса и то, только в виде указания решения задачи с помощью графа [1, стр. 34].

Собственно теория графов начинает рассматриваться только в рамках курса «Дискретная математика» в высших и средних специальных учебных заведениях (для математических и технических специальностей). В то же время, понятийный аппарат даже начальных элементов теории графов, данный в учебниках по дискретной математике не пригоден для учеников 5-6 классов. Например, само определение графа, несмотря на отсутствие единственного определения, разными авторами объясняется через понятие множеств. В большинстве учебных пособий, к примеру [2, стр. 255], авторы используют следующее определение одного из классических учебников по теории графов, данное Ф.Харари [3, стр. 22]: «Граф G состоит из конечного непустого множества V, содержащего p вершин и заданного множества X, содержащего q неупорядоченных пар различных вершин из V». Здесь также можно отметить, что понятия «множество» и «непустое множество» изучаются в 6 классе [4, стр. 74].

Таким образом, существует проблема как отсутствия теоретического материала по графам в учебниках математика, так и проблема адаптации имеющейся теории к школьной программе.

Обзор учебника математики 5-го класса, показал, что задачи, связанные с теорией графов охватывают 4 вида задач – задачи на соответствие или на выбор и задачи на вычерчивание фигуры одним росчерком, задачи на упорядочивание множеств, а также комбинаторные задачи или на перебор всех возможных вариантов.

Исходя из этого, следует, что для их решения необходим теоретический материал потаким понятиям, как вершины и ребра графа, четные и нечетные вершины, свойства графа, граф с двумя видами ребер, ориентированные графы, граф-дерево.

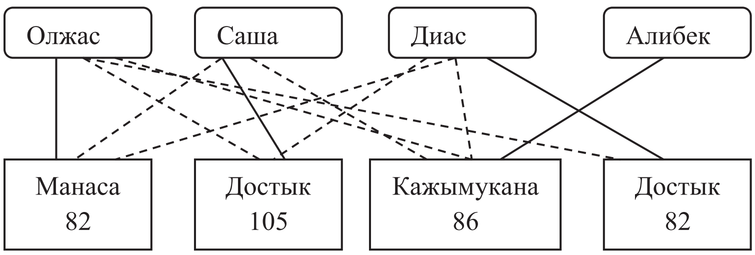
Рассмотрим по одной задаче с каждой темы.

1. *Задачи на соответствие или на выбор.*

Задача №1096 [5, стр. 48]. Олжас, Саша, Диас и Алибек – одноклассники. Они живут по адресам: улица Манаса, 82, улица Достык, 105, улица Кажымукана, 46 и улица Достык, 82. Олжас и Диас живут не на одной улице, но номера их домов одинаковые. Диас и Саша живут на одной улице, но номера их домов разные. Определите адрес каждого мальчика.

*Решение:*Из условия задачи следует, что нужно найти единственно возможное соответствие между элементами двух групп. В первом ряду располагаем имена, во втором – адреса. Соответствие между элементами одной группы с элементами другой группы будем обозначать прямыми линиями, несоответствие – штриховыми линиями. Тогда по условию задачи проводим штриховые линии от Олжаса и Диаса до Достык 105 и Кажымукана 46. Далее проводим такие же штриховые линии от Диаса и Саши до Манаса и Кажымукана. Тогда получаем следующую картину (рис. 1):

Рис. 1 – Схема решения задачи на соответствие

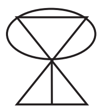


Получаем, что Диас может жить только на улице Достык 82. Следовательно, Саша уже не может там жить, ему остается улица Достык 105. Олжасу остается Манаса 82, а Алибеку Кажымукана 82.

При решении задач такого типа необходимо придерживаться следующего правила: если какая-то точка одной группы оказывается соединенной с двумя (из трех) точками другой группы штриховыми линиями, то с третьей точкой она должна быть соединена сплошной линией.

2. Задачи на вычерчивание фигуры одним росчерком.

Задача №1003 [5, стр. 26] предлагается начертить одним росчерком следующую фигуру.



Решение: Найдем все точки пересечения линий на рисунке. Назовем их вершинами. Получается 6 вершин. Теперь посчитаем все линии исходящие (или входящие) в вершины. Назовем их ребрами. Получается 11 ребер.

Вершины, из которых выходит нечетное число ребер, называют нечетными. Вершины, из которых выходит четное количество ребер - четными.

Для решения задачи изучаем свойства графа:

1. Если все вершины графа четные, то можно одним росчерком (т. е. не отрывая карандаша от бумаги и не проводя дважды по одной и той же линии)

начертить граф. При этом движение можно начать с любой вершины и окончить в той же вершине.

2. Граф с двумя нечетными вершинами тоже можно начертить одним росчерком. Движение надо начинать от любой нечетной вершины, а заканчивать на другой нечетной вершине.

3. Граф с более чем двумя нечетными вершинами невозможно начертить одним росчерком.

В нашей задаче 2 вершины нечетные, остальные 4 четные, следовательно, фигуру можно нарисовать одним росчерком.

3. Задачи на упорядочивание множеств.

Задача № 99 [6, стр. 29]. Ананас тяжелее яблока. Абрикос легче яблока. Какой из этих фруктов самый тяжелый, а какой самый легкий?

Решение: В задаче рассматривается отношения «тяжелее» и «легче». Выберем отношение «тяжелее» и будем рисовать стрелку – ребро графа от тяжелого к легкому. Обозначим все фрукты точками. Они будут вершинами графа. Проводим стрелку от ананаса к яблоку. Далее рассуждаем. Т.к. абрикос легче яблока, значит яблоко тяжелее абрикоса. Т.е. проводим стрелку от яблока к абрикосу. Получаем порядок от тяжелого к легкому: ананас, яблоко, абрикос.

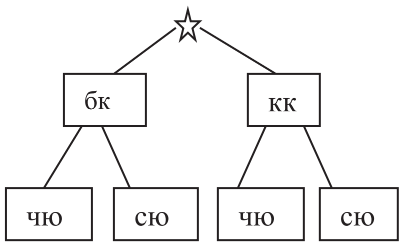
Так как ребра в нашем графе имели определенное направление, то граф называется ориентированным.

4. Задачи на перебор всех возможных вариантов.

Задача № 761 [6, стр. 173]. У Нади есть белая, красная кофты и черная, синяя юбки. Сколько различных нарядов может составить Надя, предполагая, что наряды подходят друг другу.

Решение: Изобразим схему перебора возможных вариантов в виде дерева с разветвленными ветками. Корнем дерева будет основной объект. Количество возможных вариантов будет равно количеству веток на самом нижнем уровне (4 варианта) (рис. 2).

Рис. 2 – Дерево-граф



Данному типу задач и соответствующей теории в учебнике для 5-го класса отводится целый параграф [6, стр. 170-174]. Объясняется понятие дерева возможных вариантов. Поэтому при изложении данной темы достаточно сказать, что такое дерево также называется деревом-графом.

В учебнике математики 6-го класса задачи, связанные с теорией графов охватывают кроме ранее указанных 4 видов задач еще один 5-й вид – задачи на рукопожатия.

5. Задачи на рукопожатия.

Задача № 300 [4, стр. 87]. При встрече Назерке, Меруерт, Саша, Алихан и Гриша обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?

Решение: Вершинами графа будут имена, а рукопожатия отобразим как ребра графа. Получается, что ребра соединяют все вершины друг с другом. Для решения данного вида задач, из теории графов целесообразно изложить понятия полного и неполного графа. Графы, в которых построены не все возможные ребра называются неполными. Во всех рассмотренных ранее задачах речь шла о неполных графах. Если же в графе для любой вершины найдется ребро, соединяющее эту вершину со всеми другими, отличными от данной, то такой граф считается полным. В нашем случае мы имеем дело с полным графом. Остается посчитать количество ребер (рукопожатий). Оно считается по формуле: $(n*(n-1))/2$, где n – количество вершин. То есть получаем $5*4/2=10$ рукопожатий.

Лемму о рукопожатиях в 6 классе рассматривать преждевременно в виду отсутствия подобных задач.

Таким образом, первоначальные элементы теории графов следует изучать уже в 5 классе. Во избежание сложного определения самого графа, на наш взгляд, на данном этапе следует представить граф как фигуру, состоящую из точек и соединяющих их (не обязательно все точки друг с другом) линий. Далее следует рассмотреть такие понятия как вершины и ребра графа, четные и нечетные вершины, граф с двумя видами ребер, ориентированные графы, граф-дерево. При изучении понятия степени вершин графа, необходимо сразу остановиться на свойствах графа. Материал 6-го класса будет основан в целом на повторении и закреплении материала 5-го класса с добавлением новых понятий «полного» и «неполного» графов.

Список использованных источников

1. Математика. Учебник для 6 кл. общеобразоват. шк. в 2 ч./ Т.А. Алдамуратова, Т.С. Байшоланов, Е.С. Байшоланов. 4-е изд., перераб. – Алматы: Атамура, 2015. Ч. 2 – 224 с.

2. Дискретная математика: Учебник для вузов. 2-е изд. / Ф.А. Новиков. Стандарт третьего поколения. С-П: Питер Пресс, - 2012, – 399 с.

3. Ф.Харари. Теория графов. Пер. с англ. В.П. Козырева. М.: Мир, - 1973, - 300 стр.

4. Математика. Учебник для 6 кл. общеобразоват. шк. в 2 ч./ Т.А. Алдамуратова, Т.С. Байшоланов, Е.С. Байшоланов. 4-е изд., перераб. – Алматы: Атамура, 2015. Ч. 1 – 200 с.

5. Математика: Учебник для 5 кл. общеобразоват. шк. в 2 ч. / Т.А. Алдамуратова, Е.С. Байшоланов – 4-е изд., перераб. – Алматы, Атамура, 2015. Ч. 2 – 176 с.

6. Математика: Учебник для 5 кл. общеобразоват. шк. в 2 ч. / Т.А. Алдамуратова, Е.С. Байшоланов – 4-е изд., перераб. – Алматы, Атамура, 2015. Ч. 1 – 208 с.