

Сонымен аналитикалық химия пәнін оқытуда логарифмдік есептеулердің маңызы өте зор екендігін жоғарыда көрсетілген есептердің шығарылуы жолынан көруге болады.

#### ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. Дорохова Е.Н, Прохорова Г.В. Задачи и вопросы по аналитической химии: Практик. пособие. – М.: Издательство Московского университета, 1984. – 216 с.
2. Васильев В.П. Аналитическая химия. Физико-химические методы анализа. – М: Высш. шк., 1989. – 384с.

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ТЕОРИИ И НАДЕЖНОСТИ

#### THE USE OF MATHEMATICAL METHODS IN RELIABILITY THEORY

**Калжанов М.У.**

*Костанайский государственный университет им. А. Байтурсынова, г. Костанай, Казахстан*

Теория надежности [1] – наука о методах обеспечения и сохранения надежности при проектировании, изготовлении и эксплуатации систем. Необходимым условием для моделирования системы элементов теории надежности является использование математических методов, в частности вероятностно-статистических подходов и систем массового обслуживания (СМО).

К количественным показателям надежности элементов и систем относятся:

- коэффициент надежности  $R_z$ ;
- вероятность безотказной работы в течение определенного времени  $P(t)$ ;
- средняя наработка до первого отказа  $T_{cp}$  для невосстанавливаемых систем;
- наработка на отказ  $t_{cp}$  для восстанавливаемых систем;
- интенсивность отказов  $\lambda(t)$ ;
- среднее время восстановления  $\tau_{cp}$ ;
- интенсивность восстановления  $\mu(t)$ ;
- функция надежности  $R_z(t)$ .

Определения названных величин:

$R_z$  – вероятность застать изделие в работоспособном состоянии.

$P(t)$  – вероятность того, что за заданный промежуток времени ( $t$ ) система не откажет.

$T_{cp}$  – математическое ожидание времени работы системы до первого отказа.

$t_{cp}$  – математическое ожидание времени работы системы между последовательными отказами.

$\lambda(t)$  – математическое ожидание количества отказов в единицу времени; для простого потока отказов:

$$\lambda(t) = 1/t_{cp}.$$

$\tau_{cp}$  – математическое ожидание времени восстановления системы.

$\mu(t)$  – математическое ожидание количества восстановлений в единицу времени:

$$\mu(t) = 1/\tau_{cp}.$$

$R_z(t)$  – изменение надежности системы по времени.

Системы для целей расчета надежности классифицируются по нескольким следующим признакам с использованием математического аппарата систем массового обслуживания (СМО)

- с периодическим обслуживанием – системы в которых мероприятия по обеспечению надежности реализуются только при проведении плановых ремонтно-профилактических работ через заранее установленные промежутки времени  $T_o$ ;

- со случайным периодом обслуживания – системы, в которых мероприятия по обеспечению надежности реализуются через случайные промежутки времени;

В зависимости от способа «соединения» элементов в систему различают блок-схемы: а. последовательные (основное соединение); б. параллельное (резервированное соединение); в. комбинированное (в блок-схеме имеет место и основное и резервированное соединение элементов); см. рис. 1.

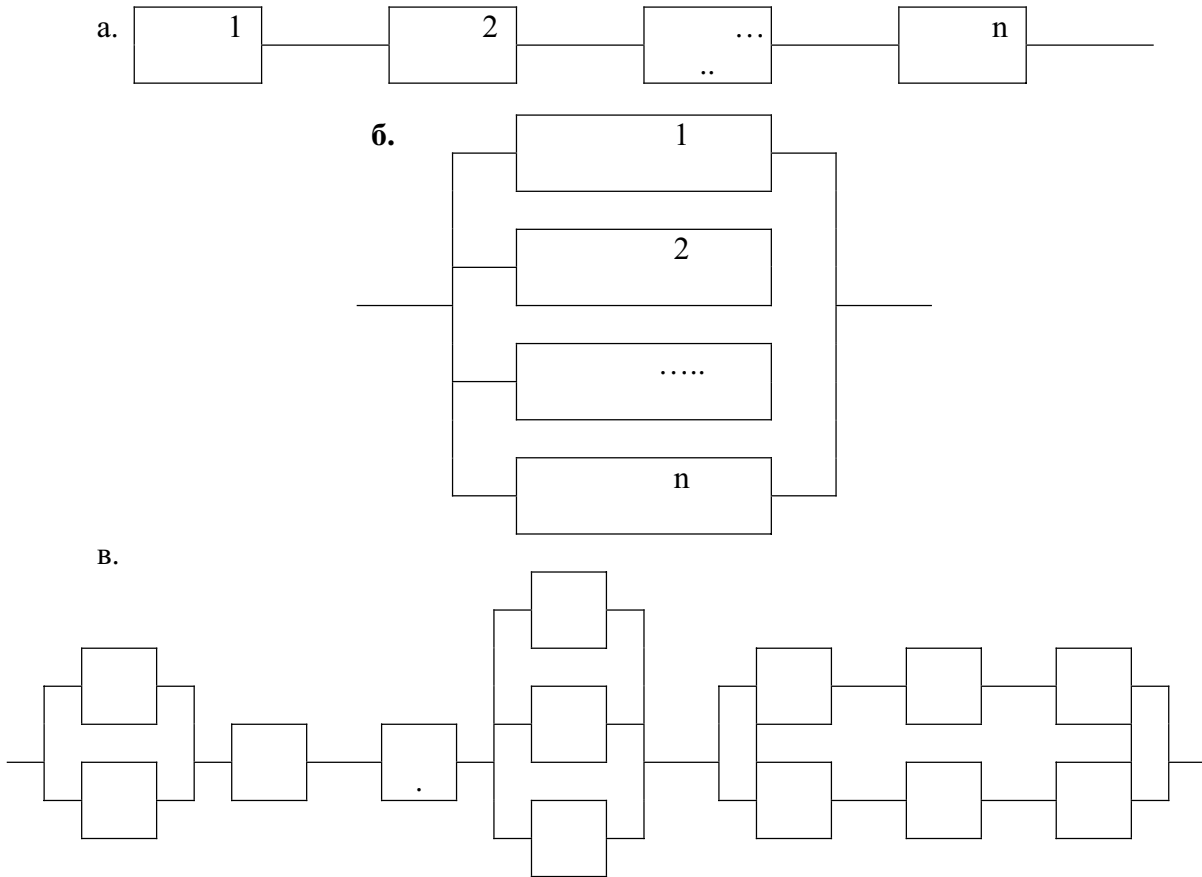
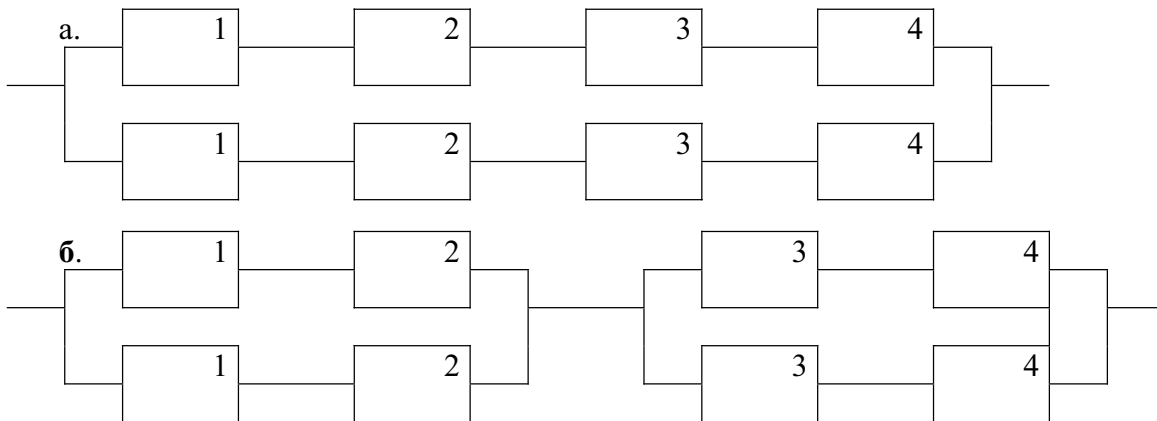


Рис. 1. Структуры систем для целей расчета надежности

Резервированными структурами системы называют такие, в которых отказ наступает при отказе всех или определенного количества элементов, составляющих систему.

Резервированные структуры могут быть с общим резервированием, резервированием группами элементов и с поэлементным резервированием (см. рис. 2, а., б., в.).



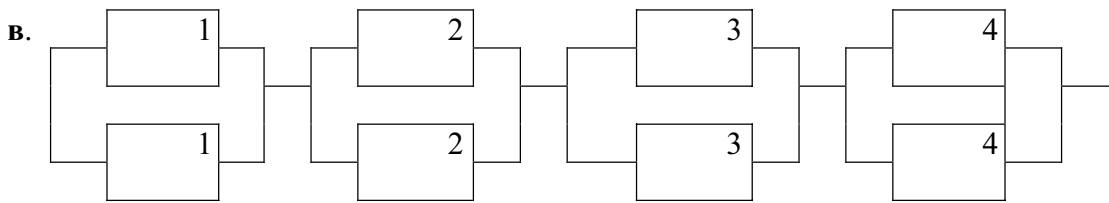


Рисунок 2. Варианты резервирования систем

При определении вида закона распределения случайной величины, расчеты выполняют в последовательности:

- статистический ряд представляется в виде вариационного, т.е. размещенного по мере возрастания или убывания случайной величины;
- построение гистограммы случайной величины;
- аппроксимация экспериментального распределения теоретической зависимостью; проверка правильности аппроксимации экспериментального распределения теоретическим с использованием критериев согласия (Колмогорова, Пирсона, омега-квадрат и т.д.).

Как показывают экспериментальные данные, проведенные в различных областях техники, поток отказов и восстановлений является простейшим [2], т.е. обладает ординарностью, стационарностью и отсутствием последействия.

Надежность сложных систем подчиняется, как правило, экспоненциальному закону, который характеризуется зависимостями:

- вероятность безотказной работы:  $p(t) = e^{-\lambda t}$
- функция распределения времени безотказной работы:  $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$
- плотность распределения времени безотказной работы:  $f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}$

Эти зависимости соответствуют простейшему потоку отказов и характеризуются константами:

- интенсивность отказов  $\lambda(t) = const$ ;
- интенсивность восстановления  $\mu(t) = const$ ;
- наработка на отказ  $t_{cp} = 1/\lambda(t) = const$ ;
- время восстановления работоспособности  $\tau_{cp} = 1/\mu(t) = const$ .

Параметры  $\lambda(t)$ ,  $t_{cp}$ ;  $\mu(t)$  и  $\tau_{cp}$  – получают в результате обработки вариационного ряда по хронометражным наблюдениям за работой элементов и систем.

Коэффициент надежности элемента определяют по данным статистической обработки вариационных рядов по формулам:

$$r_i = \frac{\sum_i t_{pi}}{\sum_i t_{pi} + \sum_i t_{ji}} \quad \text{или} \quad r_i = \frac{t_{cpi}}{t_{cpi} + \tau_{cpi}} \quad (1)$$

а также по показателям интенсивности отказов и восстановления  $\lambda(t)$  и  $\mu(t)$ :

$$r_i = \frac{\mu(t)_i}{\lambda(t)_i + \mu(t)_i} \quad (2)$$

Характеристиками надежности элементов в техническом и технологическом отношениях являются коэффициенты технической  $r_{mi}$  и технологической  $r_{ci}$  надежности элементов. Надежность элемента определяется следующей зависимостью:

$$r_{zi} = r_{mi} \cdot r_{ci} \quad (3)$$

Надежность основной системы (системы последовательно соединенных элементов) определяется при наличии только технических отказов зависимостью:

$$R_o = \prod_1^n r_i; \quad (4)$$

при равнонадежных элементах: 
$$R_o = r_i^n; \quad (5)$$

где  $n$  – количество последовательно соединенных элементов в системе;

При расчетах количественных показателей резервированных и комбинированных структур систем необходимо знать не только их надежность, но и ненадежность элемента; поскольку надежность  $r_i$  и ненадежность  $q_i$  элемента составляют полную сумму вероятностей, равную единице, то:

$$q_i = (1 - r_i). \quad (6)$$

Ненадежность резервированной системы (при параллельном соединении элементов) определяется как вероятность того, что все элементы системы отказали, т.е.:

$$Q_{pc} = \prod_1^m (1 - r_i); \quad (7)$$

Надежность, соответственно, определяется зависимостью:

$$R_{pc} = 1 - Q_{pc} = 1 - \prod_1^m (1 - r_i) \quad (8)$$

Или, при равнонадежных элементах

$$R_{pc} = 1 - (1 - r_i)^{m+1}, \quad (9)$$

где  $m$  – количество резервных элементов.

Степень  $(m + 1)$  при расчете надежности системы объясняется тем, что в системе один элемент обязателен, а количество резервных может меняться от 1 до  $m$ .

Надежность комбинированных резервированных систем с общим резервированием (системное резервирование) определяется зависимостью:

$$R_{kc} = 1 - \prod_1^{m+1} (1 - \prod_1^n r_i); \quad (10)$$

при равнонадежных элементах (следовательно, подсистем):

$$R_{kc} = 1 - (1 - r_i^n)^{m+1}. \quad (11)$$

Надежность комбинированных систем с резервированием группами элементов определяется последовательно; сначала определяются надежности резервированных подсистем, затем – надежность системы последовательно соединенных подсистем.

Надежность комбинированных систем с поэлементным (раздельным) резервированием определяется последовательно; сначала определяются надежности блок-элементов (элемент, резервированный одним, двумя и т.д. до  $m$  элементов), затем – надежность системы последовательно соединенных блок-элементов.

Надежность блок-элемента равна: 
$$r_j = 1 - (1 - r_i)^{m+1}; \quad (12)$$

Надежность комбинированной системы  $R_{kj}$  при поэлементном резервировании равна:

$$R_{kj} = \prod_1^n \left[ 1 - \prod_1^{m+1} (1 - r_i) \right]; \quad (13)$$

или при равнонадежных элементах: 
$$R_{kj} = \left[ 1 - (1 - r_i)^{m+1} \right]^n. \quad (14)$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Методы принятия технических решений: Пер. с нем. – Мушик Э., Мюллер П., М.: Мир, 1990. – 208 С.
2. Надежность и эффективность в технике: Справочник в 10 т. Т. 5 Проектный анализ отчетности / Под ред. В.И. Патрушева и А.И. Рембезы. М. Машиностроение, 1988. – 224 С.
3. Сборник задач по теории надежности. Половко А.М., Маликов И.М., Жигарев А.Н., Зарудный В.И. – М.: Советское радио, 1972. – 408 С.