



BAITURSYNULY  
UNIVERSITY

«АХМЕТ БАЙТҰРСЫНҰЛЫ  
АТЫНДАҒЫ ҚОСТАНАЙ ӨңІРЛІК  
УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ



# ҚМПИ ЖАРШЫСЫ

КӨПСАЛАЛЫ  
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ  
МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ  
НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

№ 2  
2024

ISSN 2310-3353



**PUBLISHINGS**  
**K S P I**



**Қ М П И**  
**ЖАРШЫСЫ**

**ВЕСТНИК**  
**К Г П И**

2024 ж., сәуір, №2 (74)  
Журнал 2005 ж. қаңтардан бастап шығады  
Жылына төрт рет шығады

**Құрылтайшы:** *Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті*

**Бас редактор:** *Қуанышбаев С. Б.*, география ғылымдарының докторы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ, Қазақстан.

**Бас редактордың орынбасары:** *Жарлығасов Ж.Б.*, ауыл шаруашылығы ғылымдарының кандидаты, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ, Қазақстан.

#### **РЕДАКЦИЯ АЛҚАСЫ**

*Әлімбаев А.Е.*, философия докторы (PhD), А.К. Құсайынов атындағы Еуразия гуманитарлық институты, Қазақстан.

*Емин Атасой*, PhD докторы, Улудаг университеті, Бурса қ., Түркия.

*Зоя Микниене*, докторы, (PhD) Литва денсаулық туралы ғылым университеті, Каунас қ., Литва Республикасы.

*Качев Д.А.*, философия ғылымдарының кандидаты, тарих магистрі, «Челябі мемлекеттік университеті» ЖББ ФМБББМ Қостанай филиалы, Қазақстан.

*Ксембаева С.К.*, педагогика ғылымдарының кандидаты, «Торайғыров университеті» КЕАҚ, Қазақстан.

*Лина Анастасова*, әлеуметтану ғылымдарының докторы, Бургас еркін университеті, Бургас қ., Болгария.

*Медетов Н.А.*, физика-математика ғылымдарының докторы, «Ш. Уалиханов атындағы Көкшетау университеті» КЕАҚ, Қазақстан.

*Мишулина О.В.*, экономика ғылымдарының докторы, «Челябі мемлекеттік университеті» ЖББ ФМБББМ Қостанай филиалы, Қазақстан.

*Соловьев С.А.*, биология ғылымдарының докторы, Новосібір мемлекеттік экономика және басқару университеті, Ресей.

*Скорородов Д.М.*, техника ғылымдарының кандидаты, «Ресей мемлекеттік аграрлық университеті – К.А. Тимирязев атындағы Мәскеу ауыл шаруашылық академиясы» ЖББ ФМБББМ, Ресей.

*Сычева И.Н.*, ауыл шаруашылығы ғылымдарының кандидаты, «Ресей мемлекеттік аграрлық университеті – К.А. Тимирязев атындағы Мәскеу ауыл шаруашылық академиясы» ЖББ ФМБББМ, Ресей.

*Ташев А.Н.*, экология бойынша биология ғылымдарының кандидаты, орман шаруашылығы университеті, София қ., Болгария.

*Уразбоев Г.У.*, физика-математика ғылымдарының докторы, Ургенч мемлекеттік университеті, Өзбекстан.

Тіркеу туралы куәлік №5452-Ж  
Қазақстан Республикасының ақпарат министрлігімен 17.09.2004 берілген.  
Мерзімді баспа басылымын қайта есепке алу 07.11.2023 ж.  
Жазылу бойынша индексі 74081

**Редакцияның мекен-жайы:**  
110000, Қостанай қ., Байтұрсынұлы к., 47  
(Редакциялық-баспа бөлімі)  
Тел.: 8(7142) 51-11-76

© Ахмет Байтұрсынұлы атындағы  
Қостанай өңірлік университеті

№2 (74), апрель 2024 г.  
Издается с января 2005 года  
Выходит 4 раза в год

Учредитель: *Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы*

**Главный редактор:** *Куанышбаев С.Б.*, доктор географических наук, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, Казахстан.

**Заместитель главного редактора:** *Жарлыгасов Ж.Б.*, кандидат сельскохозяйственных наук, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, Казахстан.

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

*Алимбаев А.Е.*, доктор философии (PhD), Евразийский гуманитарный институт имени А.К.Кусаинова, Казахстан.

*Емин Атасой*, доктор PhD, Университет Улудаг, г. Бурса, Турция.

*Зоя Микниене*, доктор (PhD), Литовский университет наук здоровья, г. Каунас, Республика Литва.

*Качеев Д.А.*, кандидат философских наук, магистр истории, Костанайский филиал ФГБОУ ВО «ЧелГУ», Казахстан.

*Ксембаева С.К.*, кандидат педагогических наук, НАО «Торайгыров университет», Казахстан.

*Лина Анастасова*, доктор социологии, Бургасский свободный университет, г. Бургас, Болгария.

*Медетов Н.А.*, доктор физико-математических наук, НАО «Кокшетауский университет им. Ш.Уалиханова», Казахстан.

*Мишулина О.В.*, доктор экономических наук, Костанайский филиал ФГБОУ ВО «ЧелГУ», Казахстан.

*Соловьев С.А.*, доктор биологических наук, Новосибирский государственный университет экономики и управления, Россия.

*Скорыходов Д.М.*, кандидат технических наук, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, Россия.

*Сычева И.Н.*, кандидат сельскохозяйственных наук, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, Россия.

*Ташев А.Н.*, кандидат биологических наук по экологии, Лесотехнический университет, г. София, Болгария.

*Уразбоев Г.У.*, доктор физико-математических наук, Ургенчский государственный университет, Узбекистан.

Свидетельство о регистрации № 5452-Ж  
выдано Министерством информации Республики Казахстан 17.09.2004 г.  
Переучёт периодического печатного издания 07.11.2023 г.  
Подписной индекс 74081

#### Адрес редакции:

110000, г. Костанай, ул. Байтұрсынұлы, 47  
(Редакционно-издательский отдел)  
Тел.: 8(7142) 51-11-76

УДК 517.54

**Майер, Ф.Ф.,**  
 кандидат физико-математических наук,  
 доцент, и.о. профессора  
 кафедры математики и физики,  
 КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,  
 г. Костанай, Казахстан

## ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ФУНКЦИЙ, БЛИЗКИХ К ВЫПУКЛЫМ В ОПРЕДЕЛЕННОМ НАПРАВЛЕНИИ

### Аннотация

*Функции, выпуклые в определенном направлении, привлекают внимание многих авторов, прежде всего, тем, что области их значений обладают оригинальными геометрическими свойствами. Развивая подходы по введению классов функций, близких к заданным функциям, в статье вводится и исследуется класс функций, близких к функциям, выпуклым в направлении мнимой оси или в положительном направлении действительной оси.*

*В данном классе получены точные теоремы искажения и найдены точные радиусы выпуклости, которые обобщают и в частных случаях дополняют ранее известные результаты для функций, выпуклых в направлении мнимой оси, а также для класса функций, близких к функциям, выпуклым в направлении мнимой оси.*

*Также получены новые результаты для функций, близких к функциям, выпуклым в положительном направлении действительной оси.*

*Полученный результаты допускают простой переход к некоторым классам функций, близких к звездообразным.*

**Ключевые слова:** почти выпуклые функции; функции, выпуклые в направлении, оценки аналитических функций, радиусы выпуклости.

### 1 Введение

Обозначим через  $\mathcal{A}$  класс функций  $\varphi(z), \varphi(0) = 1$ , аналитических в круге  $E = \{z: |z| < 1\}$ , а через  $\mathcal{N}$  – класс аналитических в  $E$  функций  $f(z)$ , нормированных условием  $f(0) = f'(0) - 1 = 0$ .

Классы выпуклых, звездообразных и почти выпуклых функций  $f(z)$  из  $\mathcal{N}$  будем обозначать, соответственно, через  $S^0, S^*$  и  $K$ . В качестве базовых будем рассматривать классы функций

$$\Sigma_1 = \{f(z) \in \mathcal{N}: \operatorname{Re} \{(1 - z^2)f'(z)\} \geq 0, z \in E\},$$

$$\Sigma_2 = \{f(z) \in \mathcal{N}: \operatorname{Re} \{(1 - z)^2 f'(z)\} \geq 0, z \in E\},$$

выпуклых в направлении мнимой оси [1] и выпуклых в положительном направлении действительной оси [2]. Функции классов  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$  являются однолиственными и почти выпуклыми, так как удовлетворяют условию почти выпуклости [3]

$$\operatorname{Re} \frac{f'(z)}{g'(z)} \geq 0, g(z) \in S^0, z \in E, \tag{1}$$

соответственно, с выпуклыми функциями  $g_1(z) = \frac{1}{2} \ln \frac{1+z}{1-z}$  и  $g_2(z) = \frac{z}{1-z}$ . Кроме того, они обладают наглядными геометрическими свойствами – область  $f(E)$  является выпуклой в направлении мнимой оси [1,4] (для  $\Sigma_1$ ) и выпуклой в положительном направлении действительной оси [2] (для  $\Sigma_2$ ).

Если  $f(z) \in \mathcal{N}$  и удовлетворяет некоторому условию, наложенному на отношение  $f'(z)/g'(z)$ , например, условию

$$Re \frac{f'(z)}{g'(z)} \geq 0 \text{ или } \left| \frac{f'(z)}{g'(z)} - 1 \right| \leq 1, \tag{2}$$

где  $g(z) \in \mathcal{F}$  и  $\mathcal{F}$  – некоторый подкласс класса  $\mathcal{N}$ , то будем говорить, что  $f(z)$  принадлежит классу  $\mathcal{CF}$  функций, близких к функциям класса  $\mathcal{F}$ .

Впервые такая конструкция для класса  $S\Sigma_1$  была построена в работе [4], в которой функция  $f(z)$  удовлетворяет первому из условий (2) и  $g(z) \in \Sigma_1$ .

Построение классов функций, близких к функциям некоторых классов, и исследование их свойств в настоящее время вызывает интерес многих математиков и представляется весьма перспективным направлением.

В настоящей статье вводится класс  $S\Sigma$  функций, близких к функциям из классов  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$ . В классе  $S\Sigma$  получены точные теоремы искажения и найдены точные радиусы выпуклости, в частном случае дающие аналогичные результаты для классов  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$  и обобщающие известные результаты для других классов функций.

**2 Материалы и методы**

Основным методом исследования статьи является метод подчиненности аналитических функций [5], согласно которому аналитическая в  $E$  функция  $\varphi(z)$  называется подчиненной однолистной в  $E$  функции  $\varphi_0(z)$ , если  $\varphi(E) \subset \varphi_0(E), \varphi(0) = \varphi_0(0)$ . Факт подчиненности обозначают в виде  $\varphi(z) < \varphi_0(z)$ .

Введем класс  $\mathcal{P}(a, \gamma)$  функций  $\varphi(z)$  из  $\mathcal{A}$ , удовлетворяющих условию

$$\left| \varphi^{1/\gamma}(z) - a \right| \leq a, a > 1/2, 0 < \gamma \leq 1, z \in E, \tag{3}$$

и обозначим через  $\mathcal{P}(\gamma) = \mathcal{P}(\infty, \gamma)$  подкласс функций  $\varphi(z)$  из  $\mathcal{P}(a, \gamma)$ , удовлетворяющих условию  $Re (\varphi(z))^{1/\gamma} \geq 0, z \in E$ .

Условие (3) равносильно подчиненности

$$\varphi(z) < \varphi_0(z) = \left( \frac{1+z}{1-(1-1/a)z} \right)^\gamma, \tag{4}$$

где  $w(z) = \frac{1+z}{1-(1-1/a)z}$  – отображение круга  $E$  на круг  $\{w: |w - a| < a\}$ .

**Лемма.** Если  $\varphi(z) \in \mathcal{P}(a, \gamma)$ , то при  $|z| = r, 0 \leq r < 1$ , имеют место точные оценки

$$\left( \frac{1-r}{1+(1-1/a)r} \right)^\gamma \leq |\varphi(z)| \leq \left( \frac{1+r}{1-(1-1/a)r} \right)^\gamma, \tag{5}$$

$$\left| z \frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} \right| \leq \frac{\gamma(2-1/a)r}{(1-r)(1+(1-1/a)r)}, \tag{6}$$

которые достигаются для функции  $\varphi_0(z)$  из (4).

Оценка (6) получена в [6, лемма], а оценка (5) вытекает из подчиненности (4) в силу включения  $\varphi(|z| \leq r) \subset \varphi_0(|z| \leq r)$  при любом  $r, 0 \leq r < 1$ .

**Определение 1.** Будем считать, что функция  $g(z)$  из  $\mathcal{N}$  принадлежит классу  $\Sigma = \Sigma(\delta, n, \eta), 0 < \delta \leq 1, n = 1; 2, 0 \leq \eta \leq 2 - n$ , тогда и только тогда, когда  $(1 - z^n)(1 - z)^\eta g'(z) \in \mathcal{P}(\delta)$ , то есть  $g(z)$  удовлетворяет условию

$$Re \left( (1 - z^n)(1 - z)^\eta g'(z) \right)^{\frac{1}{\delta}} \geq 0, z \in E. \tag{7}$$

Функции класса  $\Sigma$  являются почти выпуклыми, поскольку для них выполняется условие (1) с выпуклой функцией

$$g_0(z) = \int_0^z \frac{dt}{(1 - t^n)(1 - t)^\eta}.$$

Действительно, для функции  $g_0(z)$  имеем

$$1 + Re z \frac{g_0''(z)}{g_0'(z)} = 1 + Re \frac{nz^n}{1 - z^n} + Re \frac{\eta z}{1 - z} \geq 1 - \frac{n}{2} - \frac{\eta}{2} \geq 0, z \in E,$$

при  $n + \eta \leq 2, n > 0, \eta \geq 0$ . Поэтому  $g_0(z) \in S^0$  и в силу (7)

$$Re \frac{g'(z)}{g_0'(z)} = Re \left( (1 - z^n)(1 - z)^\eta g'(z) \right) \geq Re \left( (1 - z^n)(1 - z)^\eta g'(z) \right)^{\frac{1}{\delta}} \geq 0, z \in E,$$

то есть выполняется условие выпуклости (1) с  $g(z)$  и  $g_0(z)$ .

Заметим, что подклассами класса  $\Sigma$  являются классы  $\Sigma_1 = \Sigma(1, 2, 0)$ ,  $\Sigma_2 = \Sigma(1, 1, 1)$ ,  $\Sigma_3 = \Sigma(1, 1, 0) = \{g(z) \in \mathcal{N}: Re \{(1 - z)g'(z)\} \geq 0\}$ , а также  $\Sigma_\eta = \Sigma(1, 1, \eta) = \{g(z) \in \mathcal{N}: Re \{(1 - z)^{1+\eta}g'(z)\} \geq 0, 0 \leq \eta \leq 1\}$ .

**Определение 2.** Будем считать, что функция  $f(z)$  из  $\mathcal{N}$  принадлежит классу  $C\Sigma = C\Sigma(a, \gamma, \delta, n, \eta)$  тогда и только тогда, когда

$$\frac{f'(z)}{g'(z)} \in \mathcal{P}(a, \gamma), \text{ где } g(z) \in \Sigma(\delta, n, \eta),$$

то есть  $f(z)$  удовлетворяет условию

$$\left| \left( \frac{f'(z)}{g'(z)} \right)^{1/\gamma} - a \right| \leq a, Re \left( (1 - z^n)(1 - z)^\eta g'(z) \right)^{\frac{1}{\delta}} \geq 0, z \in E, \tag{8}$$

где  $a > 1/2, 0 < \gamma, \delta \leq 1, n = 1; 2, 0 \leq \eta \leq 2 - n$ .

В статье на основе метода подчиненности найдены точные теоремы искажения и точные радиусы выпуклости класса  $C\Sigma$ , обобщающие ранее известные результаты.

**3-4 Результаты и обсуждение**

**Теорема 1.** Пусть  $f(z) \in C\Sigma(a, \gamma, \delta, n, \eta)$ . Тогда при  $|z| = r, 0 \leq r < 1$ , имеют место точные оценки:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(1+r^n)(1+r)^\eta} \left( \frac{1-r}{1+(1-1/a)r} \right)^\gamma \left( \frac{1-r}{1+r} \right)^\delta &\leq |f'(z)| \leq \\ &\leq \frac{1}{(1-r^n)(1-r)^\eta} \left( \frac{1+r}{1-(1-1/a)r} \right)^\gamma \left( \frac{1+r}{1-r} \right)^\delta, \end{aligned} \tag{9}$$

$$\left| z \frac{f''(z)}{f'(z)} - \frac{nz^n}{1-z^n} - \frac{\eta z}{1-z} \right| \leq \frac{\gamma(2-1/a)r}{(1-r)(1+(1-1/a)r)} + \frac{2\delta r}{1-r^2} \tag{10}$$

и точный радиус выпуклости  $r_0$  класса  $C\Sigma(a, \gamma, \delta, n, \eta)$  определяется как единственный на интервале  $(0; 1)$  корень уравнения

$$1 - \frac{\gamma(2-1/a)r}{(1-r)(1+(1-1/a)r)} - \frac{2\delta r}{1-r^2} - \frac{nr^n}{1+r^n} - \frac{\eta r}{1+r} = 0. \tag{11}$$

**Доказательство.** Обозначим  $\varphi(z) = \frac{f'(z)}{g'(z)}$  и  $\psi(z) = (1 - z^n)(1 - z)^\eta g'(z)$ . Тогда

$$f'(z) = \varphi(z)\psi(z) \frac{1}{(1-z^n)(1-z)^\eta}, \tag{12}$$

$$z \frac{f''(z)}{f'(z)} = z \frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} + z \frac{\psi'(z)}{\psi(z)} + \frac{nz^n}{1-z^n} + \frac{\eta z}{1-z}. \tag{13}$$

Поскольку  $\psi(z) \in \mathcal{P}(\infty, \delta)$ , то при  $a \rightarrow \infty$  для функции  $\psi(z)$  оценки (5)-(6) приобретает вид

$$\left( \frac{1-r}{1+r} \right)^\delta \leq |\psi(z)| \leq \left( \frac{1+r}{1-r} \right)^\delta, \left| z \frac{\psi'(z)}{\psi(z)} \right| \leq \frac{2\delta r}{1-r^2}. \tag{14}$$

Применяя первую из оценок (14), оценку (5) для  $\varphi(z)$  и учитывая, что

$$(1 - r^n)(1 - r)^\eta \leq |(1 - z^n)(1 - z)^\eta| \leq (1 + r^n)(1 + r)^\eta,$$

на основе равенства (12) получаем оценку (9). Аналогично, применяя вторую из оценок (14) и оценку (6) для  $\varphi(z)$ , на основе равенства (13) получаем (10).

Найдем теперь радиус выпуклости класса  $C\Sigma(a, \gamma, \delta, n, \eta)$ . Из равенства (13) в круге  $|z| \leq r$  получаем

$$1 + Re z \frac{f''(z)}{f'(z)} \geq 1 + \min_{|z| \leq r} Re \frac{nz^n}{1-z^n} + \min_{|z| \leq r} Re \frac{\eta z}{1-z} - \max_{|z| \leq r} \left| z \frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} \right| - \max_{|z| \leq r} \left| z \frac{\psi'(z)}{\psi(z)} \right|. \tag{15}$$

Поскольку для всех  $n = 1, 2, 3, \dots$  верно равенство

$$\min_{|z| \leq r} Re \frac{z^n}{1-z^n} = \min_{|\zeta| \leq r^n} Re \frac{\zeta}{1-\zeta} = \frac{\zeta}{1-\zeta} \Big|_{\zeta=-r^n} = -\frac{r^n}{1+r^n},$$

то применяя оценки (6),(14), на основе неравенства (15) в круге  $|z| \leq r$  получаем

$$1 + \operatorname{Re} z \frac{f''(z)}{f'(z)} \geq 1 - \frac{nr^n}{1+r^n} - \frac{\eta r}{1+r} - \frac{\gamma(2-1/a)r}{(1-r)(1+(1-1/a)r)} - \frac{2\delta r}{1-r^2}.$$

Поэтому, если  $r = r_0$ , где  $r_0$  – принадлежащий интервалу  $(0; 1)$  корень уравнения (11), то  $1 + \operatorname{Re} z \frac{f''(z)}{f'(z)} \geq 0$  в круге  $|z| \leq r_0$  и функция  $f(z)$  является выпуклой в этом круге.

Покажем теперь, что уравнение (11) на интервале  $(0; 1)$  имеет единственный корень. Для этого отметим, что все функции, стоящие в уравнении (11) со знаком «минус», являются возрастающими на полуинтервале  $[0; 1)$ . Поэтому функция

$$m(r) = \frac{nr^n}{1+r^n} + \frac{\eta r}{1+r} + \frac{\gamma(2-1/a)r}{(1-r)(1+(1-1/a)r)} + \frac{2\delta r}{1-r^2}$$

возрастает на  $[0; 1)$  от 0 до  $+\infty$ . Следовательно, уравнение (11)  $1 - m(r) = 0$  на интервале  $(0; 1)$  имеет единственный корень.

Осталось доказать точность оценок (9)-(10) и точность радиуса выпуклости  $r_0$ .

Рассмотрим функции

$$f_0(z) = \int_0^z \left( \frac{1+t}{1-(1-1/a)t} \right)^\gamma \left( \frac{1+t}{1-t} \right)^\delta \frac{dt}{(1-t^n)(1-t)^\eta}$$

$$f_1(z) = \int_0^z \left( \frac{1+it}{1-(1-1/a)it} \right)^\gamma \left( \frac{1+it}{1-it} \right)^\delta \frac{dt}{(1-t^n)(1-t)^\eta}.$$

Для функции  $f_0(z)$  имеем

$$f'_0(z)|_{z=r} = \frac{1}{(1-r^n)(1-r)^\eta} \left( \frac{1+r}{1-(1-1/a)r} \right)^\gamma \left( \frac{1+r}{1-r} \right)^\delta,$$

$$\left( z \frac{f''_0(z)}{f'_0(z)} - \frac{nz^n}{1-z^n} - \frac{\eta z}{1-z} \right) \Big|_{z=-r} = \left[ \frac{\gamma(2-1/a)z}{(1+z)(1-(1-1/a)z)} + \frac{2\delta z}{1-z^2} \right] \Big|_{z=-r}$$

$$= - \frac{\gamma(2-1/a)r}{(1-r)(1+(1-1/a)r)} - \frac{2\delta r}{1-r^2},$$

то есть в правой оценке (9) и в оценке (10) достигается знак равенства. Следовательно, эти оценки улучшить нельзя.

Для доказательства точности левой оценки в (9) рассмотрим два случая.

Если  $n = 1$ , то для функции  $f_0(z)$  в точке  $z = -r$  получаем

$$f'_0(z)|_{z=-r} = \frac{1}{(1+r)(1+r)^\eta} \left( \frac{1-r}{1+(1-1/a)r} \right)^\gamma \left( \frac{1-r}{1+r} \right)^\delta.$$

Если же  $n = 2$ , то  $\eta = 0$  и для функции  $f_1(z)$  в точке  $z = ir$  получаем

$$f'_1(ir) = \left( \frac{1+iz}{1-(1-1/a)iz} \right)^\gamma \left( \frac{1+iz}{1-iz} \right)^\delta \frac{1}{1-z^2} \Big|_{z=ir} = \frac{1}{1+r^2} \left( \frac{1-r}{1+(1-1/a)r} \right)^\gamma \left( \frac{1-r}{1+r} \right)^\delta.$$

Таким образом, в обоих случаях в левой оценке в (9) достигается знак равенства, что доказывает точность этой оценки.

Докажем точность радиуса выпуклости.

Если  $n = 1$ , то для функции  $f_0(z)$  в точке  $z = -r$ , где  $r = r_0$  – корень уравнения (11), получаем

$$1 + z \frac{f''_0(z)}{f'_0(z)} \Big|_{z=-r} = \left( 1 + \frac{\gamma(2-1/a)z}{(1+z)(1-(1-1/a)z)} + \frac{2\delta z}{1-z^2} + \frac{(1+\eta)z}{1-z} \right) \Big|_{z=-r} =$$

$$= 1 - \frac{\gamma(2-1/a)r}{(1-r)(1+(1-1/a)r)} - \frac{2\delta r}{1-r^2} - \frac{(1+\eta)r}{1+r} = 0.$$

Если же  $n = 2$ , то  $\eta = 0$ , и для функции  $f_1(z)$  в точке  $z = ir$ , где  $r = r_0$  – корень уравнения (11), получаем

$$1 + z \frac{f''_1(z)}{f'_1(z)} \Big|_{z=ir} = \left[ 1 + \frac{\gamma(2-1/a)iz}{(1+iz)(1-(1-1/a)iz)} + \frac{2\delta iz}{1+z^2} + \frac{2z^2}{1-z^2} \right] \Big|_{z=ir} =$$

$$= 1 - \frac{\gamma(2 - 1/a)r}{(1 - r)(1 + (1 - 1/a)r)} - \frac{2\delta r}{1 - r^2} - \frac{2r^2}{1 + r^2} = 0.$$

Таким образом, в обоих случаях при  $r = r_0$  в условии выпуклости  $1 + \operatorname{Re} z \frac{f''(z)}{f'(z)} \geq 0$  достигается знак равенства, то есть радиус выпуклости  $r_0$  является точным.

Теорема доказана.

При  $a \rightarrow \infty, \gamma = \delta = 1, n = 2, \eta = 0$  получаем класс  $C\Sigma_1 = C\Sigma(\infty, 1, 1, 2, 0)$  из [4] и из теоремы 1 вытекает

**Следствие 1.** Пусть  $f(z) \in C\Sigma_1$ , то есть  $f(z)$  удовлетворяет условию

$$\operatorname{Re} \frac{f'(z)}{g'(z)} \geq 0, \operatorname{Re} ((1 - z^2)g'(z)) \geq 0, z \in E.$$

Тогда при  $|z| = r, 0 \leq r < 1$ , имеют место точные оценки:

$$\begin{aligned} \frac{(1-r)^2}{(1+r)^2(1+r^2)} \leq |f'(z)| \leq \frac{1+r}{(1-r)^3}, \\ \left| z \frac{f''(z)}{f'(z)} - \frac{2z^2}{1-z^2} \right| \leq \frac{4r}{1-r^2} \end{aligned} \tag{16}$$

и точный радиус выпуклости  $r_0$  класса  $C\Sigma_1$  определяется как единственный на интервале  $(0; 1)$  корень уравнения

$$r^4 - 4r^3 - 2r^2 - 4r + 1 = 0.$$

Отметим, что оценка (16) для класса  $C\Sigma_1$  была получена в [4].

**Следствие 2.** Пусть  $f(z) \in \mathcal{N}$  и удовлетворяет условию

$$\left| ((1 - z^n)(1 - z)^\eta f'(z))^{1/\gamma} - a \right| \leq a, a > 1/2, 0 < \gamma \leq 1, n = 1; 2, 0 \leq \eta \leq 2 - n, z \in E. \tag{17}$$

Тогда при  $|z| = r, 0 \leq r < 1$ , имеют место точные оценки

$$\begin{aligned} \frac{1}{(1+r^n)(1+r)^\eta} \left( \frac{1-r}{1+(1-1/a)r} \right)^\gamma \leq |f'(z)| \leq \frac{1}{(1-r^n)(1-r)^\eta} \left( \frac{1+r}{1-(1-1/a)r} \right)^\gamma, \\ \left| z \frac{f''(z)}{f'(z)} - \frac{nz^n}{1-z^n} - \frac{\eta z}{1-z} \right| \leq \frac{\gamma(2-1/a)r}{(1-r)(1+(1-1/a)r)} \end{aligned}$$

и точный радиус выпуклости  $r_0$  функции  $f(z)$  определяется как единственный на интервале  $(0; 1)$  корень уравнения

$$1 - \frac{\gamma(2 - 1/a)r}{(1 - r)(1 + (1 - 1/a)r)} - \frac{nr^n}{1 + r^n} - \frac{\eta r}{1 + r} = 0.$$

**Доказательство.** Действительно, поскольку условие (7) равносильно неравенству  $|\arg ((1 - z^n)(1 - z)^\eta g'(z))| \leq \delta\pi/2$ , то при  $\delta \rightarrow 0$  условие (7) становится тривиальным и  $g'(z) = 1/((1 - z^n)(1 - z)^\eta)$ . В силу этого условие (8) преобразуется к виду (17) и получаем утверждение следствия 2.

При  $a \rightarrow \infty$  из следствия 2 вытекает

**Следствие 3.** Пусть  $f(z) \in \Sigma(\gamma, n, \eta)$ , то есть удовлетворяет условию

$$|\arg ((1 - z^n)(1 - z)^\eta f'(z))| \leq \frac{\gamma\pi}{2}, a > 1/2, 0 < \gamma \leq 1, n = 1; 2, 0 \leq \eta \leq 2 - n, z \in E.$$

Тогда при  $|z| = r, 0 \leq r < 1$ , имеют место точные оценки

$$\begin{aligned} \frac{1}{(1+r^n)(1+r)^\eta} \left( \frac{1-r}{1+r} \right)^\gamma \leq |f'(z)| \leq \frac{1}{(1-r^n)(1-r)^\eta} \left( \frac{1+r}{1-r} \right)^\gamma, \\ \left| z \frac{f''(z)}{f'(z)} - \frac{nz^n}{1-z^n} - \frac{\eta z}{1-z} \right| \leq \frac{2\gamma r}{1-r^2} \end{aligned}$$

и точный радиус выпуклости  $r_0$  функции  $f(z)$  определяется как единственный на интервале  $(0; 1)$  корень уравнения  $((1 + \eta)r^2 + (2\gamma + \eta)r - 1)(1 + r^n) + nr^n(1 - r^2) = 0$ .



При  $n = 2, \eta = 0$  получаем класс  $\Sigma_1(\gamma) = \{f(z) \in \mathcal{N}: |\arg [(1 - z^2)f'(z)]| \leq \gamma \frac{\pi}{2}\}$  функций, выпуклых порядка  $\gamma$  в направлении мнимой оси [7], и из следствия 3 вытекают оценки и радиус выпуклости, полученные в [7]. Для класса  $\Sigma_1(1)$  отсюда получаем результаты из [4]

Аналогично, при  $n = 2, \eta = 0, \gamma = 1$  получается класс функций  $f(z)$ , заданный условием  $|(1 - z^2)f'(z) - a| \leq a$ , для которого оценки  $|f'(z)|$  и  $|zf''(z)/f'(z)|$ , а также точный радиус выпуклости получены в [6, следствие 3].

При  $n = \eta = 1$  для класса  $\Sigma_2(\gamma) = \Sigma(\gamma, 1, 1) = \{f(z) \in \mathcal{N}: |\arg [(1 - z)^2 f'(z)]| \leq \gamma \pi/2\}$  функций, выпуклых порядка  $\gamma$  в положительном направлении действительной оси, из следствия 2 вытекает

**Следствие 4.** Пусть  $f(z) \in \Sigma_2(\gamma)$ , то есть удовлетворяет условию

$$|\arg ((1 - z)^2 f'(z))| \leq \frac{\gamma\pi}{2}, z \in E,$$

где  $0 < \gamma \leq 1$ . Тогда при  $|z| = r, 0 \leq r < 1$ , имеют место точные оценки

$$\frac{1}{(1+r)^2} \left(\frac{1-r}{1+r}\right)^\gamma \leq |f'(z)| \leq \frac{1}{(1-r)^2} \left(\frac{1+r}{1-r}\right)^\gamma, \left|z \frac{f''(z)}{f'(z)} - \frac{2z}{1-z}\right| \leq \frac{2\gamma r}{1-r^2}$$

и точный радиус выпуклости  $r_0$  функции  $f(z)$  определяется по формуле

$$r_0 = 1 + \gamma - \sqrt{(1 + \gamma)^2 - 1}.$$

## 5 Выводы

В настоящей статье вводится и исследуется класс  $C\Sigma$  функций, близких к функциям, выпуклым в определенном направлении. В данном классе получены точные теоремы искажения и найдены точные радиусы выпуклости, которые обобщают и в частных случаях дополняют ранее известные результаты для функций, выпуклых в направлении мнимой оси или выпуклых в положительном направлении действительной оси, а также для класса функций, близких к функциям, выпуклым в направлении мнимой оси.

С помощью соотношения  $f(z) \in C\Sigma \Leftrightarrow F(z) = zf'(z) \in C\Sigma^*$  от полученных результатов несложно перейти к подклассам функций, близких к некоторым звездообразным функциям, в том числе получить и обобщение так называемых типично-вещественных функций и вывести их свойства.

## Список литературы

1. Robertson M.S. (1936) Analytic functions star-like in one direction. *Amer. J. Math.* 58. №3. pp. 465-472. DOI: <https://doi.org/10.2307/2370963>.
2. Bshouty D., Lyzzaik A. (2005) Univalent functions starlike with respect to a boundary point. *Contemp. Math.* 382. pp. 83-87.
3. Kaplan W. (1952) Close-to-convex schlicht functions. *Michigan Math. J.* 1(2). pp. 169-185. doi: <https://doi.org/10.1307/mmj/1028988895>
4. Hengartner W., Schober G. (1971) Analytic functions close to mappings convex in one direction. *Proc. Amer. Math. Soc.* Vol. 28. №2. pp. 519-524. <https://www.ams.org/journals/proc/1971-028-02/S0002-9939-1971-0277704-9/S0002-9939-1971-0277704-9.pdf>.
5. Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. – М: Наука, 1966. – 628 с.
6. Майер Ф.Ф., Тастанов М.Г., Утемисова А.А., Байманкулов А.Т. Об обобщении некоторых классов почти выпуклых и типично вещественных функций // Вестник ТГУ. Серия «Математика и механика». Томск. – 2023. – № 84. – С.147–156. doi: <https://doi.org/10.1155/2021/8373209>.
7. Майер Ф.Ф. Геометрические свойства некоторых классов аналитических в круге функций, выпуклых в направлении мнимой оси // Вестник науки КГУ имени А. Байтурсынова. Серия естественно-технических наук. – 2002. – вып.6., №2. – С.48-50. doi: [https://nauka.kz/page.php?page\\_id=372&lang=3&page=5931](https://nauka.kz/page.php?page_id=372&lang=3&page=5931).

**МАЙЕР, Ф.Ф.**

**БЕЛГІЛІ БІР БАҒЫТТА ДӨҢЕСКЕ ЖАҚЫН ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ БІР КЛАСЫ ТУРАЛЫ**

*Белгілі бір бағытта дөңес функциялар көптеген авторлардың назарын аударады, ең алдымен олардың мәндерінің домендері өзіндік геометриялық қасиеттерге ие. Мақалада ойдан шығарылған ось бағытында дөңес немесе нақты осьтің оң бағытында дөңес функцияларға жақын функциялар класы енгізіліп, зерттеледі.*

*Бұл сыныпта бұрмаланудың нақты теоремалары алынды және дөңес радиустары табылды. Мақаланың нәтижелері жалпыланады және ерекше жағдайларда қиял осі бағытында дөңес функциялар үшін, сондай-ақ қиял осі бағытында дөңеске жақын функциялар класы үшін бұрын белгілі нәтижелерді толықтырады.*

*Сондай-ақ, нақты осьтің оң бағытында дөңес болатын функцияларға жақын функциялар үшін жаңа нәтижелер алынды.*

*Алынған нәтижелер жұлдыз тәрізді функциялардың кейбір кластарына қарапайым ауысуға мүмкіндік береді.*

**Кілт сөздер:** дөңес функциялар, бағытта дөңес функциялар, аналитикалық функцияларды бағалау, дөңес радиустар.

**MAIYER, F.F.**

**ABOUT ONE CLASS OF FUNCTIONS THAT ARE CLOSE TO CONVEX FUNCTIONS IN A CERTAIN DIRECTION**

*The concept of functions convex in a particular direction has garnered attention from numerous authors, primarily due to the distinctive geometric characteristics of their value ranges. By introducing and examining approaches to define classes of functions akin to specified functions, this article introduces and explores a class of functions resembling those convex along the imaginary axis or in the positive direction of the real axis. Within this class, precise distortion theorems are derived, and exact convexity radii are determined, which generalize and, in specific cases, supplement previously established findings for functions convex along the imaginary axis, as well as for the class of functions resembling those convex along the imaginary axis. Additionally, new findings are uncovered for functions similar to those convex in the positive direction of the real axis. These results facilitate a straightforward transition to certain classes of functions resembling starlike functions.*

**Key words:** close-to-convex functions, functions convex in the direction, estimates of analytical functions, radii of convexity.

УДК 517.54

**Майер, Ф.Ф.,**

кандидат физико-математических наук,  
доцент, и.о. профессора  
кафедры математики и физики,  
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,  
г. Костанай, Казахстан

**ОЦЕНКИ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ПРОИЗВОДНОЙ  
В НЕКОТОРЫХ КЛАССАХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ**

**Аннотация**

*Пусть  $\mathcal{A}_n(a, b, \gamma)$  – класс аналитических в единичном круге функций  $\varphi(z) = 1 + c_n z^n + c_{n+1} z^{n+1} + \dots, n \geq 1$ , с положительной вещественной частью, область значений которых содержится в области специального вида, заданного неравенством  $|w^{1/\gamma} - a| \leq b, 0 < \gamma \leq 1, a - b > 0, b > 0$ .*

*В статье найдены точные оценки  $|\varphi(z)|$  и модуля логарифмической производной  $|z \varphi'(z)/\varphi(z)|$  в классе  $\mathcal{A}_n(a, b, \gamma)$ . Полученные оценки обобщают либо дополняют целый ряд ранее известных результатов, в том числе и ставших уже классическими.*

**МАЗМҰНЫ****ГУМАНИТАРЛЫҚ ЖӘНЕ ӨНЕР ҒЫЛЫМДАРЫ**

<i>Арутюнян, А.В.</i> Александр Евлаховтың әңгімелерінің поэтикасы және чехов прозасының.....	3
<i>Бекбосынова, А.Х., Мешітбай, А.Қ.</i> Зейнолла Шүкіров шығармаларындағы табиғат көрінісі .....	7
<i>Қожанұлы, М.</i> Қазақтың күлдіргі әзіл-әңгімелеріндегі этнонимдер туралы бірер сөз .....	11
<i>Оспанұлы, С., Мырзағалиева, К.</i> Серік Макпырұлы еңбектерінің мұғалімдерге, оқытушыларға, студенттерге танымдық- тағылымдық әсері.....	18
<i>Шолпанбаева Г.А., Адилова, Ж.Е.</i> Есімдердің өзге тілдерде қолданылатын ерекшеліктері.....	24

**ЖАРАТЫЛЫСТАНУ ҒЫЛЫМДАРЫ**

<i>Ақантай, Н. Н., Тастанов, М.Г.</i> Физика олимпиадасының студенттерін даярлаудың жалпы принциптері.....	29
<i>Ахметханова, Д.О., Тастанов, М.Г.</i> Дирихле есебін шешудің математикалық әдістері.....	33
<i>Барсақбаева, М.Б.</i> Қостанай қаласының жанармай құю станцияларында мұнай өнімдерімен ластанған топырақ микрофлорасының биоремедиациялық әлеуетін бағалау ерекшеліктері.....	40
<i>Бейшов, Р.С., Жунисбеков, Н.Е.</i> Өсімдердің фитохимиялық құрамына қоршаған орта факторларының әсерін бағалау.....	47
<i>Бейшов, Р.С., Смаилова, А.И.</i> Өнеркәсіптік кәсіпорындардың табиғи ортаға экологиялық әсерін бағалау әдістері.....	50
<i>Коньсбаева, Д.Т., Рұлёва, М.М., Баубекова, Г.К.</i> Қостанай мемлекеттік педагогикалық институтының құрметті профессоры, биология ғылымдарының докторы Т.М. Брагина-ның теориялық және қолданбалы биологиясындағы ғылыми мұра кезендері.....	55
<i>Майер, Ф.Ф.</i> Белгілі бір бағытта дөңеске жақын функциялардың бір класы туралы .....	60
<i>Майер, Ф.Ф.</i> Аналитикалық функциялардың кейбір кластарындағы логарифмдік туындыны бағалау.....	66
<i>Мефодьева Н.К.</i> Бастауыш мектепте математика сабағында жоба әдісін қолдану .....	72
<i>Хырхынбай, Ж., Мұқанбетсадықова, А. Қ.</i> ЖМБ сыныптарында математикамен пәнаралық интеграция кезінде ЖИ технологияларын қолдану .....	75

**ИНЖИНИРИНГ ЖӘНЕ ТЕХНОЛОГИЯ**

<i>Нурмагамбетов, Б.Б.</i> Білім беру процесінде виртуалды шындықты қолданудың теориялық талдау (ғарышты зерттеу мысалында).....	83
<i>Савина, Д.Е.</i> 3D модельдеуді зерттеу үшін цифрлық білім беру ресурстарын салыстырмалы талдау .....	89

**АУЫЛ ШАРУАШЫЛЫҒЫ ЖӘНЕ ВЕТЕРИНАРИЯ ҒЫЛЫМДАРЫ**

<i>Бейшов, Р.С., Алитанова, М.К.</i> Шаруашылық жарамдылығын бағалау үшін дәнді және тұқым себу сапасын зерттеудің рөлі мен маңызы .....	97
<i>Каримова А.К.</i> Қостанай ауданының микросателитті ДНҚ-маркерлердің негізіндегі герефорд тұқымды ірі қара малдың генетикалық полиморфизмі.....	102
<i>Райымқұлова, М.Қ., Бектас, Ж.С.</i> Сірке қышқылы туындыларының ферменттерді тежеу белсенділігін зерттеу .....	108

**ӘЛЕУМЕТТІК ҒЫЛЫМДАР**

*Коваль, А.П., Баяндин, М.А., Мишулина, О.В.* Әлеуметтік бағдарланған сақтандыру өнімдерін дамыту контекстіндегі ҚР сақтандыру нарығының трендтері ..... 117

*Меңлікқожаева, С.Қ., Аймұратова, Т.С.* Болашақ мамандарды педагогикалық іс-әрекеттегі қарым-қатынасқа баулу ..... 124

*Шамкенов, Р.Ж., Давлетбаева, Ж.Ж.* Ақмола облысының туристік индустриясындағы мемлекет пен бизнестің өзара іс-қимылының тиімділігін арттыру ..... 132

**БІЗДІҢ АВТОРЛАР** ..... 140

**АВТОРЛАРДЫҢ НАЗАРЫНА** ..... 147

## СОДЕРЖАНИЕ

**ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ И ИСКУССТВО**

<i>Арутюнян, А.В.</i> Поэтика рассказов Александра Евлахова и традиции чеховской прозы .....	3
<i>Бекбосынова, А.Х., Мешітбай, А.Қ.</i> Пейзаж в произведениях Зейноллы Шукурова.....	7
<i>Қожанұлы, М.</i> Несколько слов о этнонимах в казахских юмористических рассказах .....	11
<i>Оспанұлы, С., Мырзағалиева, К.</i> Воспитательное воздействие произведений Серика Макпырулы на учителей, преподавателей и студентов .....	18
<i>Шолпанбаева, Г.А., Адилова, Ж.Е.</i> Особенности употребления имен в других языках .....	24

**ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ**

<i>Ақантай, Н. Н., Тастанов, М.Г.</i> Общие принципы подготовки студентов физической олимпиады .....	29
<i>Ахметханова, Д.О., Тастанов, М.Г.</i> Математические методы решения задачи Дирихле.....	33
<i>Барсақбаева, М.Б.</i> Особенности оценки биоремедиационного потенциала микрофлоры почв, загрязненных нефтепродуктами, на заправочных станциях города Костаная .....	40
<i>Бейшов, Р.С., Жунисбеков, Н.Е.</i> Оценка влияния факторов окружающей среды на фитохимический состав растений .....	47
<i>Бейшов, Р.С., Смаилова, А.И.</i> Методы оценки экологического воздействия промышленных предприятий на природную среду .....	50
<i>Коньсабаева, Д.Т., Рұлєва, М.М., Баубекова, Г.К.</i> Вехи научного наследия в теоретической и прикладной биологии почетного профессора Костанайского государственного педагогического института доктора биологических наук Т.М. Брагиной .....	55
<i>Майер, Ф.Ф.</i> Об одном классе функций, близких к выпуклым в определенном направлении.....	60
<i>Майер, Ф.Ф.</i> Оценки логарифмической производной в некоторых классах аналитических функций .....	66
<i>Мефодьева, Н.К.</i> Использование метода проектов на уроке математики в начальной школе.....	72
<i>Хырхынбай, Ж., Мұқанбетсадықова, А. Қ.</i> Применение технологий ИИ при межпредметной интеграции с математикой в классах ЕМН.....	75

**ИНЖИНИРИНГ И ТЕХНОЛОГИИ**

<i>Нурмагамбетов, Б.Б.</i> Теоретический анализ использования виртуальной реальности в образовательном процессе (на примере изучения космоса).....	83
<i>Савина, Д.Е.</i> Сравнительный анализ цифровых образовательных ресурсов для изучения трехмерного моделирования.....	89

**СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ, ВЕТЕРИНАРНЫЕ НАУКИ**

<i>Бейшов, Р.С., Алтанова, М.К.</i> Роль и значение изучения зерна и посевных качеств семян для оценки хозяйственной пригодности.....	97
<i>Каримова, А.К.</i> Генетический полиморфизм герефордского скота на основе микросателлитных ДНК-маркеров.....	102
<i>Райымқұлова, М.Қ., Бектас, Ж.С.</i> Изучение ферментингибирующей активности производных уксусной кислоты .....	108

**СОЦИАЛЬНЫЕ НАУКИ**

<i>Коваль, А.П., Баяндин, М.А., Мишулина, О.В.</i> Тренды страхового рынка РК в контексте развития социально-ориентированных страховых продуктов .....	117
--	-----

---

<i>Меңлікөжаева, С.Қ., Аймұратова, Т.С. Привлечь будущих специалистов к взаимоотношениям в педагогической деятельности.....</i>	124
<i>Шамкенов, Р.Ж., Давлетбаева, Ж.Ж. Повышение эффективности взаимодействия государства и бизнеса в туристической индустрии Акмолинской области.....</i>	132
<b>НАШИ АВТОРЫ .....</b>	143
<b>ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ.....</b>	150

## CONTENT

### **HUMANITIES AND ARTS**

<i>Arutyunyan, A.V.</i> Poetic manner of Alexandr Yevlakhov's stories and the traditions of chekhovian prose.....	3
<i>Bekbosynova, A.Kh., Meshitbay, A. K.</i> Landscape in the works of Zeynolla Shukurov.....	7
<i>Kozhanuly, M.</i> A few words about ethnonyms in kazakh humorous stories.....	11
<i>Ospanuly, S., Myrzagaliyeva, K.</i> The educational impact of Serik Makpyrula's works on teachers, lecturers and students.....	18
<i>Sholpanbayeva, G. A., Adilova, Zh. Y.</i> Features of the use of names in other languages.....	24

### **NATURAL SCIENCES**

<i>Akantai, N.N., Tastanov, M.G.</i> General principles of preparing students for the physical olympiad.....	29
<i>Akhmetkhanova, D.O., Tastanov, M.G.</i> Mathematical methods for solving the Dirichlet problem.....	33
<i>Barsakbayeva, M.B.</i> Features of the assessment of the bioremediation potential of the microflora of soils contaminated with petroleum products at gas stations in the city of Kostanay.....	40
<i>Beishov, R.S., Zhunisbekov, N.E.</i> Assessment of the influence of environmental factors on the phytochemical composition of plants.....	47
<i>Beishov, R.S., Smailova, A.I.</i> Methods for assessing the environmental impact of industrial enterprises on the natural environment.....	50
<i>Konysbaeva, D.T., Rulyova, M.M., Baubekova, G.K.</i> The scientific heritage milestones in theoretical and applied biology of T.M. Bragina, doctor of biological sciences and honorary professor of the Kostanay state pedagogical institute.....	55
<i>Maiyer, F.F.</i> About one class of functions that are close to convex functions in a certain direction.....	60
<i>Maiyer, F.F.</i> Estimates of the logarithmic derivative in some classes of analytical functions.....	66
<i>Methodieva N.K.</i> Using the project method in a math lesson in elementary school.....	72
<i>Khyrkhynbay, Zh., Mukanbetsadykova, A. K.</i> The use of AI technologies in interdisciplinary integration with mathematics in the NMD classes.....	75

### **ENGINEERING AND TECHNOLOGY**

<i>Nurmagambetov, B.B.</i> Theoretical analysis of the use of virtual reality in the educational process (based on the example of space study).....	83
<i>Savina D.E.</i> Comparative analysis of digital educational resources for studying 3D modeling.....	89

### **AGRICULTURAL, VETERINARY SCIENCES**

<i>Beishov, R.S., Alitanova, M.K.</i> The role and importance of studying grain and solving qualities of seeds for assessing economic suitability.....	97
<i>Karimova, A.K.</i> Genetic polymorphism of hereford cattle based on microsatellite DNA markers.....	102
<i>Raiymkulova, M.K., Bektas, Zh.S.</i> Study of enzyme inhibitory activity of acetic acid derivatives.....	108

### **SOCIAL SCIENCES**

<i>Koval, A.P., Bayandin, M.A., Mishulina, O.V.</i> Trends in the insurance market of the republic of Kazakhstan in the context of the development of socially oriented insurance products.....	117
---	-----

---

<i>Menlikozhaeva, S.K., Aimuratova, T.S.</i> Engaging future specialists in relationships in teaching activities .....	124
<i>Shamkenov, R.Zh., Davletbaeva, Zh. Zh.</i> Enhancing the effectiveness of state and business interaction in the tourism industry of the Akmola region .....	132
<b>OUR AUTHORS</b> .....	145
<b>INFORMATION FOR AUTHORS</b> .....	153



**Компьютерлік беттеу: С. Красикова**

**Компьютерная верстка: С. Красикова**

---

---

Басуға 15.04.2024 ж. берілді.  
Пішімі 60x84/8. Көлемі 12,0 б.т.  
Тапсырыс № 027

Подписано в печать 15.04.2024 г.  
Формат 60x84/8. Объем 12,0 п.л.  
Заказ № 027

Ахмете Байтұрсынұлы атындағы  
Қостанай өңірлік университетіндегі  
редакциялық-баспа бөлімінде басылған  
Қостанай қ., Байтұрсынов к., 47

Отпечатано в редакционно-издательском отделе  
Костанайского регионального университета  
имени Ахмет Байтұрсынұлы  
г. Костанай, ул. Байтұрсынова, 47