ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

А.БАЙТҰРСЫНОВ АТЫНДАҒЫ ҚОСТАНАЙ ӨҢІРЛІК УНИВЕРСИТЕТІ

ҚОСТАНАЙ ОБЛЫСЫ ӘКІМДІГІ МӘДЕНИЕТ БАСҚАРМАСЫНЫҢ "ЫБЫРАЙ АЛТЫНСАРИННІҢ ҚОСТАНАЙ ОБЛЫСТЫҚ МЕМОРИАЛДЫҚ МҰРАЖАЙЫ" КОММУНАЛДЫҚ МЕМЛЕКЕТТІК МЕКЕМЕСІ

КОММУНАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ "КОСТАНАЙСКИЙ ОБЛАСТНОЙ МЕМОРИАЛЬНЫЙ МУЗЕЙ ИБРАЯ АЛТЫНСАРИНА" УПРАВЛЕНИЯ КУЛЬТУРЫ АКИМАТА КОСТАНАЙСКОЙ ОБЛАСТИ

АЛТЫНСАРИН ОҚУЛАРЫ

«ИННОВАЦИЯ, БІЛІМ, ТӘЖІРИБЕ-БІЛІМ БЕРУ ЖОЛЫНЫҢ ВЕКТОРЛАРЫ»
ХАЛЫҚАРАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ КОНФЕРЕНЦИЯСЫ

МАТЕРИАЛДАРЫ

II КІТАП

АЛТЫНСАРИНСКИЕ ЧТЕНИЯ

МАТЕРИАЛЫ

МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
«ИННОВАЦИИ, ЗНАНИЯ, ОПЫТ – ВЕКТОРЫ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТРЕКОВ»

II КНИГА

УДК 37.02
ББК 74.00
И 63

РЕДАКЦИЯ АЛҚАСЫ/ РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

И 63 «Инновация, білім, тәжірибе-білім беру жолының векторлары»: 2023 жылдың 17 ақпандағы Халықаралық ғылыми-тәжірибелік конференция материалдары. II Кітап. – Қостанай: А.Байтұрсынов атындағы Қостанай өңірлік университеті, 2023. – 1231 б. = «Инновации, знания, опыт – векторы образовательных треков»: Материалы международной научно-практической конференции, 17 февраля 2023 года. II Книга. – Костанай: Костанайский региональный университет имени А.Байтурсынова, 2023. – 1231 с.

ISBN 978-601-356-244-5

Жинаққа «Инновация, білім, тәжірибе-білім беру жолының векторлары» атты Алтысарин оқулары халықаралық ғылыми-практикалық конференция материалдары енгізілген.

Талқыланатын мәселелердің алуан түрлілігі мен кеңдігі мақала авторларына заманауи білім беруді жаңғырту мен дамытудың, осы үдерісте қазақ ағартушыларының педагогикалық мұрасын пайдаланудың жолдарын, мұғалімдерді даярлаудың тиімді технологиялары мен форматтарын әзірлеу мен енгізу мәселелерін, ақпараттық қоғамдағы білім беру кеңістігінің ерекшеліктерін айқындауға, сондай-ақ педагогтердің инновациялық қызметінің тәжірибесін жинақтауға, педагогикалық үдеріс субъектілерін психологиялық-педагогикалық қолдауға мүмкіндік берді.

Бұл жинақтың материалдары ғалымдарға, жоғары оқу орындары мен колледж оқытушыларына, мектеп мұғалімдері мен мектепке дейінгі тәрбиешілерге, педагог-психологтарға, магистранттар мен студенттерге қызықты болуы мүмкін.

В сборнике содержатся материалы Международной научно-практической конференции Алтынсаринские чтения «Инновации, знания, опыт – векторы образовательных треков». Многообразие и широта обсуждаемых проблем позволили авторам статей определить векторы модернизации и развития современного образования, использования в данном процессе педагогического наследия казахских просветителей, вопросов разработки и внедрения эффективных технологий и форматов подготовки учителей, специфики образовательного пространства в информационном обществе, а также обобщения опыта инновационной деятельности педагогов, психолого-педагогической поддержки субъектов педагогического процесса.

Материалы данного сборника могут быть интересны ученым, преподавателям вузов и колледжей, учителям школ и воспитателям дошкольных учреждений, педагогам-психологам, магистрантам и студентам.

ISBN 978-601-356-244-5
9 786013 562445

УДК 37.02
ББК 74.00

Әдебиеттер тізімі:

1. Thomas D. T. Sedumedi, Practical Work Activities as a Method of Assessing Learning in Chemistry Teaching. – EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education. ISSN: 1305-8223 (online) 1305-8215 (print). 2017 13(6):1765-1784
2. Абдыкаликова, К.А.. Дәрілік өсімдіктер химиясы.- Қостанай, 2013.
3. Іскендіров Ә. «Қазақстанның дәрілік өсімдіктері» – Алматы: Қазақстан, 1982. – 188 б.
4. Сұбханбердин С.Х. Дәрі-дертке дауа, жанға шипа. – Алматы: «Қазақстан», 1965. – 462 б.
5. Абдыкаликова, К.А.. Фитохимический анализ лекарственных растений, Костанай, 2002.

УДК 37

ЦЕПОЧКИ ГРУПП АВТОМОРФИЗМОВ ГРУПП ВЫЧЕТОВ Z_5, Z_6

Демисенов Берик Нуртазинович
канд. физ.-мат. н., и.о. ассоциированного профессора,
demissenov@mail.ru
Альмухамбетова Айгуль Ахметовна
студент
Костанайский региональный университет имени А.Байтурсынова
г. Костанай, Казахстан
al.amina0510@mail.ru

Аннотация

Автоморфизмы являются важными характеристиками математических объектов. Поэтому изучение групп автоморфизмов – это актуальная задача в математике. Целью является исследование цепочки групп автоморфизмов группы вычетов $\mathrm{Z}_5, \mathrm{Z}_6$.

Ключевые слова: *группы автоморфизмов, цепочка.*

Аңдатпа

Автоморфизмдер математикалық объектілердің маңызды сипаттамалары болып табылады. Сондықтан автоморфизм топтарын зерттеу математикадағы өзекті мәселе болып табылады. Мақсаты – $\mathrm{Z}_5, \mathrm{Z}_6$ қалдық тобының автоморфизм тобының тізбегін зерттеу.

Түйін сөздер: *автоморфизм топтары, тізбек.*

Abstract

Automorphisms are important characteristics of mathematical objects. Therefore, the study of automorphism groups is an actual problem in mathematics. The goal is to study the chain of automorphism groups of the residue group $\mathrm{Z}_5, \mathrm{Z}_6$.

Key words: *automorphism groups, chain.*

ВданнойстатьерассмотримцепочкугруппавтоморфизмовгруппвычетовZ_5, Z_6. Группа автоморфизмов группы вычетов Z_5 изморфна группе Z_5^*:

$Aut\ Z_5 \cong Z_5^*$

А группа автоморфизмов группы вычетов Z_6 изоморфна группе Z_6^*:

$Aut\ Z_6 \cong Z_6^*$

Получая группы автоморфизмов от групп автоморфизмов, наблюдаем тенденцию уменьшения количества групп автоморфизмов до тождественного автоморфизма. Так в работе на примере группы вычетов Z_5 покажем цепочку групп автоморфизмов, а затем по аналогии приведём цепочку групп автоморфизмов группы вычетов Z_6.

Группа вычетов $Z_5 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$ – это все вычеты, взаимно простые с модулем 5. Порядок группы – это число обратимых вычетов $[1, \text{c}. 5]$ по модулю 5 – это функция Эйлера $\varphi\,(5)$. Функция Эйлера каждому натуральному числу сопоставляет число натуральных чисел, меньших 5 и взаимно простых с 5. Функция Эйлера φ (5) = $5^1 - 5^0$ = 5 – 1 = 4 ⇒ 4 автоморфизма

$\varphi\,(\bar{0}) = \bar{0}$; $\varphi\,(\bar{0}) = (\bar{0} + \bar{0})$ = 2 $\varphi\,(\bar{0})$ | $-\varphi\,(\bar{0})$; $\bar{0} = \varphi\,(\bar{0})$

$\varphi_1(\bar{1}) = \bar{1}$; $\varphi_1(\bar{2}) = \varphi_1(\bar{1} + \bar{1}) = 2\,\varphi_1(\bar{1}) = \bar{2}$; $\varphi_1(\bar{3}) = \bar{3}$; $\varphi_1(\bar{4}) = \bar{4}$

Это тождественный автоморфизм.

$\varphi_2(\bar{1}) = \bar{2}$; $\varphi_2(\bar{2}) = \bar{4}$; $\varphi_2(\bar{3}) = \bar{1}$; $\varphi_2(\bar{4}) = \bar{3}$; $\varphi_3(\bar{1}) = \bar{3}$; $\varphi_3(\bar{2}) = \bar{1}$; $\varphi_3(\bar{3}) = \bar{4}$; $\varphi_3(\bar{4}) = \bar{2}$; $\varphi_4(\bar{1}) = \bar{4}$; $\varphi_4(\bar{2}) = \bar{3}$; $\varphi_4(\bar{3}) = \bar{2}$; $\varphi_4(\bar{4}) = \bar{1}$

Сведём полученные данные в «Таблицу 1»:

«Таблица 1» – Группы автоморфизмов группы вычетов Z_5

•	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4
φ_1	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4
φ_2	φ_2	φ_4	φ_1	φ_3
φ_3	φ_3	φ_1	φ_4	φ_2
φ_4	φ_4	φ_3	φ_2	φ_1

Автоморфизмов 4

$Aut\, Z_5 \cong Z_5^*$

Построим группу автоморфизмов от группы автоморфизмов. Определим порядки полученных элементов. Порядок элемента φ_1 равен 1, порядок элемента φ_2 равен 4, поскольку $\varphi_2^4 = \varphi_1$; порядок элемента φ_3 равен 4, так как $\varphi_3^4 = 4$; порядок элемента φ_4 равен 2, $\varphi_4^2 = 2$. Запишем, $|\varphi_1| = 1$, $|\varphi_2| = 4$, $|\varphi_3| = 4$, $|\varphi_4| = 2$. Заметим, что элементы одного порядка могут переходить в элементы того же порядка. Элемент φ_2 является первообразным корнем, он порождает всю группу, $\langle\{2^1; 2^2; 2^3; 2^4\}\cdot\rangle AutZ_5$.

Пусть $\Psi_1(\varphi_2) = \varphi_2$, понятно, что $\Psi_1(\varphi_1) = \varphi_1$, тогда $\Psi_1(\varphi_3) = \Psi_1(\varphi_2^3) = \Psi_1(\varphi_2)\Psi_1(\varphi_2)\Psi_1(\varphi_2) = \varphi_2^3 = \varphi_3$; $\Psi_1(\varphi_4) = \Psi_1(\varphi_2^2) = \Psi_1(\varphi_2)\Psi_1(\varphi_2) = \varphi_2^2 = \varphi_4$. Получили Ψ_1 есть тождественный автоморфизм.

Зададим $\Psi_2(\varphi_2) = \varphi_3$; $\Psi_2(\varphi_3) = \Psi_2(\varphi_2^3) = \Psi_2(\varphi_2)\Psi_2(\varphi_2)\Psi_2(\varphi_2) = \varphi_3^3 = \varphi_2$; $\Psi_2(\varphi_4) = \Psi_2(\varphi_2 \cdot \varphi_2) = \Psi_2(\varphi_2^2) = \Psi_2(\varphi_2)\Psi_2(\varphi_2) = \varphi_3^2 = \varphi_4$. Значит Ψ_2 – автоморфизм. Отобразим полученные данные в «Таблице 2».

«Таблица 2» – Группы автоморфизмов Ψ_1, Ψ_2 от групп автоморфизмов φ

•	Ψ_1	Ψ_2
φ_1	φ_1	φ_1
φ_2	φ_2	φ_3
φ_3	φ_3	φ_2
φ_4	φ_4	φ_4

Далее найдём композиции полученных отображений. Так, $\Psi_1(\Psi_1(\varphi_1)) = \Psi_1(\varphi_1) = \varphi_1$; $\Psi_1(\Psi_1(\varphi_2)) = \Psi_1(\varphi_2) = \varphi_2$; $\Psi_1(\Psi_1(\varphi_3)) = \Psi_1(\varphi_3) = \varphi_3$; $\Psi_1(\Psi_1(\varphi_4)) = \Psi_1(\varphi_4) = \varphi_4$. Что соответственно является автоморфизмом Ψ_1. Покажем, что $\Psi_1(\Psi_2(\varphi_1)) = \Psi_1(\varphi_1) = \varphi_1$; $\Psi_1(\Psi_2(\varphi_2)) = \Psi_1(\varphi_3) = \varphi_3$; $\Psi_1(\Psi_2(\varphi_3)) = \Psi_1(\varphi_2) = \varphi_2$; $\Psi_1(\Psi_2(\varphi_4)) = \Psi_1(\varphi_4) = \varphi_4$. Это автоморфизм Ψ_2. Композиции $\Psi_2(\Psi_1(\varphi_1)) = \Psi_2(\varphi_1) = \varphi_1$; $\Psi_2(\Psi_1(\varphi_2)) = \Psi_2(\varphi_2) = \varphi_3$; $\Psi_2(\Psi_1(\varphi_3)) = \Psi_2(\varphi_3) = \varphi_2$; $\Psi_2(\Psi_1(\varphi_4)) = \Psi_2(\varphi_4) = \varphi_4$ образуют автоморфизм Ψ_2. Композиции $\Psi_2(\Psi_2(\varphi_1)) = \Psi_2(\varphi_1) = \varphi_1$; $\Psi_2(\Psi_2(\varphi_2)) = \Psi_2(\varphi_3) = \varphi_2$; $\Psi_2(\Psi_2(\varphi_3)) = \Psi_2(\varphi_2) = \varphi_3$; $\Psi_2(\Psi_2(\varphi_4)) = \Psi_2(\varphi_4) = \varphi_4$ соотвествуют Ψ_1. Отразим полученные результаты в «Таблице 3».

«Таблица 3» – Композиции групп автоморфизмов Ψ

•	Ψ_1	Ψ_2
Ψ_1	Ψ_1	Ψ_2
Ψ_2	Ψ_2	Ψ_1

Снова в данной группе автоморфизмов найдем группу автоморфизмов. Отметим, что $|\Psi_1| = 1$; $|\Psi_2| = 2$. Отсюда следует, что Ψ_2 под действием отображения τ_1 может переходить только в Ψ_2. А это значит, что у нас получается тождественный автоморфизм τ_1. А именно, пусть $\tau_1(\Psi_2) = \Psi_2$, тогда $\tau_1(\Psi_1) = \Psi_1$. В «Таблице 4» приведём данный автоморфизм.

Таблица 4» – Группа автоморфизмов τ_1 от групп автоморфизмов Ψ

•	τ_1
Ψ_1	Ψ_1
Ψ_2	Ψ_2

На следующем этапе возьмём композицию $\tau_1(\tau_1)$: $\tau_1(\tau_1(\Psi_1)) = \tau_1(\Psi_1) = \Psi_1$; $\tau_1(\tau_1(\Psi_2)) = \tau_1(\Psi_2) = \Psi_2$, что, очевидно, образует тождественный автоморфизм τ_1, как показано в «Таблице 5».

«Таблица 5» – Тождественный автоморфизм τ_1

•	τ_1
τ_1	τ_1

При рассмотрении цепочки групп автоморфизмов группы вычетов Z_5, в итоге получили тождественный автоморфизм.

Цепочки групп автоморфизмов группы вычетов Z_6 строятся аналогичным образом. Поэтому приведём результаты вычислений для данной группы в виде таблиц.

Количество автоморфизмов в группе вычетов $Z_6 = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ определяется функцией Эйлера: $|Aut\ Z_6| = \varphi(6) = \varphi(2 \cdot 3) = (2^1 - 2^0) \cdot (3^1 - 3^0) = 1 \cdot 2 = 2$. Получили группу автоморфизмов, приведенную в «Таблице 6». Отметим, что $Aut\ Z_6 \cong Z_6^*$

«Таблица 6» – Группа автоморфизмов группы вычетов Z_6

•	φ_1	φ_5
φ_1	φ_1	φ_5
φ_5	φ_5	φ_1

В «Таблице 7» приведём группу автоморфизмов от полученной группы автоморфизмов.

«Таблица 7» – Группа автоморфизмов Ψ_1 от групп автоморфизмов φ

•	Ψ_1
φ_1	φ_1
φ_5	φ_5

Следующая «Таблица 8» демонстрирует полученный тождественный автоморфизм.

«Таблица 8» – Композиции групп автоморфизмов Ψ_1

•	Ψ_1
Ψ_1	Ψ_1

Вывод: Рассматривая цепочку групп автоморфизмов группы вычетов Z_5 и Z_6, заключаем, что группы автоморфизмов Z_5, Z_6 изоморфны группе всех обратимых вычетов по модулю 5 и 6: Z_5^*, Z_6^*. Следует отметить, что задавать автоморфизм достаточно на порождающих элементах.[2, с. 25] Продолжая цепочку групп автоморфизмов Z_5, Z_6 наблюдаем уменьшение количества групп до тождественного автоморфизма, каждая последующая группа автоморфизмов вкладывается в предыдущую группу автоморфизмов.

Список литературы:

1. Наурызбаев Р.Ж. Автоморфизмы свободных метабелевых алгебр Ли. // Материалы XI Международной научной конференции студентов, магистрантов и молодых учёных «Ломоносов -2015» – Астана, 2015. – С. 4 – 9.

2. Исаев А.П., Рубаков В.А. Теория групп и симметрий. Конечные группы. Группы и алгебры Ли. // Издание второе URSS. – Москва, 2018. – С. 4 – 29.