ся измеримым линейным пространством полной ω-меры, то (см. [2]) $\Omega_{F_2} \supset l_2$, и поэтому $F_2 l_2 \subset c_0$. Пусть $g_k = (g_{k1},...,g_{km})$ суть строки матрицы $G = G_1 G_2^{-1}$; h_k-строки матрицы H$_1$; f_k – строки матрицы F_2. Так как

$$F_2 = G_1 G_2^{-1} H_1 = GH_1, \text{ то}$$

$$f_k = \sum_{p=1}^{\infty} g_{kp} h_p ;$$

$$[F_2 h_k]_n = (f_k, h_k) = (\sum_{p=1}^{\infty} g_{np} h_p, h_k) = g_{nk} \|h_k\|^2$$

т.к. $\sum_{p=1}^{\infty} g_{np} h_p, h_k$ почти всюду на Q конечны и, как пределы усеченных сумм, являются линейными измеримыми функционалами, и в силу того, что $h_k \in l_2$, а $F_2 h_k \subset c_0$,

$$\lim_{n\to\infty} g_{nk} \|h_k\|^2 = 0,\ k = 1,...,\infty,$$

$$\text{т.е.,} \lim_{n\to\infty} g_{nk} = 0,\ k = 1,...,\infty.$$

Достаточность. Обозначим $h_k(x) = \sum_{l=1}^{\infty} h_{nl} x_l \quad (k = 1,...,\infty)$. Так как $h_k \in l_2$, то функционал $h_k(x)$ определен на множестве Ω_k полной меры. Пусть последовательность $x \in \Omega_0 = \bigcap_{k=1}^{\infty} \Omega_k$; $\omega\Omega_0 = 1$ и n-ая координата вектора $F_2 x$

$$[F_2 x]_n = \sum_{k=1}^{m} g_{nk} h_k(x).$$

Так как $\lim_{n\to\infty} g_{nk} = 0$, $k = 1,...,\infty$, то $F_2 x \in c_0$, что и требуется доказать.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1965.
2. Фан Дык Тинь, Г.Е. Шилов Интеграл, мера и производная на линейных пространствах. – М.:Наука, 1967.
3. Халмош П. Теория меры. – М.:ИЛ, 1953.

Искакова У.А., магистрант
Костанайский государственный педагогический институт

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ МАТРИЦЫ В ВИДЕ КОММУТАТОРА В КОЛЬЦЕ МАТРИЦ С ЭЛЕМЕНТАМИ ИЗ ЧИСЛОВОГО ПОЛЯ

В статье [5] «О разрешимости уравнения коммутаторного типа над кольцом матриц» были найдены необходимые и достаточные условия разрешимости уравнения $[A, X] = B$ для матриц 2 порядка, также было показано, что для матриц 3 порядка эти условия не являются достаточными.

В настоящей работе для матриц 3 порядка найдены необходимые и достаточные условия разрешимости уравнения $[A, X] = B$ в случаях, когда матрица A строго верхняя треугольная или диагональная, или строго нижняя треугольная. Представим матрицу A в виде суммы строго верхней треугольной, диагональной и строго нижней треугольной матриц

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a_2 & a_3 \\ 0 & 0 & a_6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_5 & 0 \\ 0 & 0 & a_9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & 0 \\ a_7 & a_8 & 0 \end{pmatrix}$$

и рассмотрим каждый случай в отдельности.

1 случай. Матрица A - строго верхняя треугольная.

Пусть $A=\begin{pmatrix}0 & a_2 & a_3\\ 0 & 0 & a_6\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}x_1 & x_2 & x_3\\ x_4 & x_5 & x_6\\ x_7 & x_8 & x_9\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}b_1 & b_2 & b_3\\ b_4 & b_5 & b_6\\ b_7 & b_8 & b_9\end{pmatrix}$, тогда уравнение $[A,X]=B$ примет вид

$$\begin{pmatrix}a_2x_4+a_3x_7 & a_2x_5+a_3x_8 & a_2x_6+a_3x_9\\ a_6x_7 & a_6x_8 & a_6x_9\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0 & a_2x_1 & a_3x_1+a_6x_2\\ 0 & a_2x_4 & a_3x_4+a_6x_5\\ 0 & a_2x_7 & a_3x_7+a_6x_8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}b_1 & b_2 & b_3\\ b_4 & b_5 & b_6\\ b_7 & b_8 & b_9\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}a_2x_4+a_3x_7 & a_2x_5+a_3x_8-a_2x_1 & a_2x_6+a_3x_9-a_3x_1-a_6x_2\\ a_6x_7 & a_6x_8-a_2x_4 & a_6x_9-a_3x_4-a_6x_5\\ 0 & -a_2x_7 & -a_3x_7-a_6x_8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}b_1 & b_2 & b_3\\ b_4 & b_5 & b_6\\ b_7 & b_8 & b_9\end{pmatrix}$$

Перейдем к системе линейных уравнений:

$$\begin{cases}a_2x_4+a_3x_7=b_1\\ a_2x_5+a_3x_8-a_2x_1=b_2\\ a_2x_6+a_3x_9-a_3x_1-a_6x_2=b_3\\ a_6x_7=b_4\\ a_6x_8-a_2x_4=b_5\\ a_6x_9-a_3x_4-a_6x_5=b_6\\ 0=b_7\\ -a_2x_7=b_8\\ -a_3x_7-a_6x_8=b_9\end{cases} \qquad (1)$$

Составим расширенную матрицу и приведем её к треугольному виду с помощью элементарных преобразований:

$$\left(\begin{array}{ccccccccc|c}
0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 & b_1\\
-a_2 & 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 & a_3 & 0 & b_2\\
-a_3 & -a_6 & 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 & a_3 & b_3\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_6 & 0 & 0 & b_4\\
0 & 0 & 0 & -a_2 & 0 & 0 & 0 & a_6 & 0 & b_5\\
0 & 0 & 0 & -a_3 & -a_6 & 0 & 0 & 0 & a_6 & b_6\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_2 & 0 & 0 & b_8\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & -a_6 & 0 & b_9\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_7
\end{array}\right) \approx$$

$$\left(\begin{array}{ccccccccc|c}
-a_2 & 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 & a_3 & 0 & b_2\\
0 & a_2a_6 & 0 & 0 & a_2a_3 & -a_2^2 & 0 & a_3^2 & -a_2a_3 & -a_2b_3+a_3b_2\\
0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 & b_1\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_3 & a_6 & 0 & b_1+b_5\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_1+b_5+b_9\\
0 & 0 & 0 & 0 & -a_2a_6 & 0 & a_3^2 & 0 & a_2a_6 & a_3b_1+a_2b_6\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_6 & 0 & 0 & b_4\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2b_4+a_6b_8\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_7
\end{array}\right) \approx$$

$$\left(\begin{array}{ccccccccc|c}
-a_2 & 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 & a_3 & 0 & b_2 \\
0 & a_2a_6 & 0 & 0 & a_2a_3 & -a_2^2 & 0 & a_3^2 & -a_2a_3 & -a_2b_3+a_3b_2 \\
0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 & b_1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -a_2a_6 & 0 & a_3^2 & 0 & a_2a_6 & a_3b_1+a_2b_6 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_6 & 0 & 0 & b_4 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_6^2 & 0 & a_6(b_1+b_5)-a_3b_4 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_1+b_5+b_9 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2b_4+a_6b_8 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_7
\end{array}\right).$$

Согласно теореме Кронекера – Капелли система линейных уравнений (1) тогда и только тогда совместна, когда ранг расширенной матрицы равен рангу исходной матрицы. Значит, чтобы система линейных уравнений (1) была совместна, необходимо и дос таточно, чтобы $b_1+b_5+b_9=0$, $a_2b_4+a_6b_8=0$, $b_7=0$ и ранг исходной матрицы был равен рангу расширенной матрицы в системе линейных уравнений (1).

Выпишем общее решение системы:

$$\begin{cases}
x_1 = (b_2 - a_3x_8 - a_2x_5)/(-a_2) \\
x_2 = (a_3b_2 - a_2b_3 + a_2a_3x_9 - a_3^2x_8 + a_2^2x_6 - a_2a_3x_5)/a_2a_6 \\
x_4 = (b_1 - a_3x_7)/a_2 \\
x_5 = (a_3b_1 + a_2b_6 - a_2a_6x_9 - a_3^2x_7)/(-a_2a_6) \\
x_7 = b_4/a_6 \\
x_8 = (a_6(b_1+b_5) - a_3b_4)/a_6^2 \\
x_3, x_6, x_9 - \text{своб .члены} \\
a_2 \neq 0, a_6 \neq 0
\end{cases}$$

Тем самым доказана следующая

Лемма 1. Для того, чтобы уравнение $[A,X]=B$ было разрешимо, необходимо и достаточно, чтобы $tr(AB)=0$, $tr(B)=0$, $b_7=0$ и ранг исходной матрицы был равен рангу расширенной матрицы в системе линейных уравнений (1), где матрица A - строго верхняя треугольная.

2 случай. Пусть теперь $A=\begin{pmatrix}0&0&0\\a_4&0&0\\a_7&a_8&0\end{pmatrix}, X=\begin{pmatrix}x_1&x_2&x_3\\x_4&x_5&x_6\\x_7&x_8&x_9\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}b_1&b_2&b_3\\b_4&b_5&b_6\\b_7&b_8&b_9\end{pmatrix}$,

тогда уравнение коммутаторного типа $AX-XA=B$ примет вид

$$\begin{pmatrix}0&0&0\\a_4x_1&a_4x_2&a_4x_3\\a_7x_1+a_8x_4&a_7x_2+a_8x_5&a_7x_3+a_8x_6\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}a_4x_2+a_7x_3&a_8x_3&0\\a_4x_5+a_7x_6&a_8x_6&0\\a_4x_8+a_7x_9&a_8x_9&0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}b_1&b_2&b_3\\b_4&b_5&b_6\\b_7&b_8&b_9\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}-a_4x_2-a_7x_3&-a_8x_3&0\\a_4x_1-a_4x_5-a_7x_6&a_4x_2-a_8x_6&a_4x_3\\a_7x_1+a_8x_4-a_4x_8-a_7x_9&a_7x_2+a_8x_5-a_8x_9&a_7x_3+a_8x_6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}b_1&b_2&b_3\\b_4&b_5&b_6\\b_7&b_8&b_9\end{pmatrix} \quad (2)$$

Следующая лемма доказывается аналогично.

Лемма 2. Пусть матрица A - строго нижняя треугольная.

Уравнение $[A,X]=B$ разрешимо тогда и только тогда, когда

$tr(AB) = 0$, $tr(B) = 0$, $b_3 = 0$ и ранг исходной матрицы равен рангу расширенной матрицы в системе линейных уравнений, полученных из равенства (2).

Рассмотрим 3 случай, когда матрица A - диагональная.

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_5 & 0 \\ 0 & 0 & a_9 \end{pmatrix}, \; X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_4 & x_5 & x_6 \\ x_7 & x_8 & x_9 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_4 & b_5 & b_6 \\ b_7 & b_8 & b_9 \end{pmatrix}.$$

Уравнение $AX - XA = B$ примет вид

$$\begin{pmatrix} a_1x_1 & a_1x_2 & a_1x_3 \\ a_5x_4 & a_5x_5 & a_5x_6 \\ a_9x_7 & a_9x_8 & a_9x_9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_1x_1 & a_5x_2 & a_9x_3 \\ a_1x_4 & a_5x_5 & a_9x_6 \\ a_1x_7 & a_5x_8 & a_9x_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_4 & b_5 & b_6 \\ b_7 & b_8 & b_9 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & (a_1 - a_5)x_2 & (a_1 - a_9)x_3 \\ (a_5 - a_1)x_4 & 0 & (a_5 - a_9)x_6 \\ (a_9 - a_1)x_7 & (a_9 - a_5)x_8 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_4 & b_5 & b_6 \\ b_7 & b_8 & b_9 \end{pmatrix},$$ тогда получим следующую систему:

$$\begin{cases} 0 = b_1 \\ (a_1 - a_5)x_2 = b_2 \\ (a_1 - a_9)x_3 = b_3 \\ (a_5 - a_1)x_4 = b_4 \\ 0 = b_5 \\ (a_5 - a_9)x_6 = b_6 \\ (a_9 - a_1)x_7 = b_7 \\ (a_9 - a_5)x_8 = b_8 \\ 0 = b_9 \end{cases} \qquad (3)$$

составим расширенную матрицу:

$$\left(\begin{array}{ccccccccc|c} 0 & a_1 - a_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 \\ 0 & 0 & a_1 - a_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & a_5 - a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_5 - a_9 & 0 & 0 & 0 & b_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_9 - a_1 & 0 & 0 & b_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_9 - a_5 & 0 & b_8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_9 \end{array}\right)$$

Аналогично, согласно теореме Кронекера – Капелли система линейных уравнений (3) тогда и только тогда совместна, когда ранг расширенной матрицы равен рангу исходной матрицы. Значит, чтобы система линейных уравнений (3) была совместна, необходимо и достаточно, чтобы $b_1 = 0$, $b_5 = 0$, $b_9 = 0$ и ранг исходной матрицы был равен рангу расширенной матрицы в системе линейных уравнений (3).

Общее решение системы:

$$\begin{cases} x_2 = b_2/(a_1 - a_5) \\ x_3 = b_3/(a_1 - a_9) \\ x_4 = b_4/(a_5 - a_1) \\ x_6 = b_6/(a_5 - a_9) \\ x_7 = b_7/(a_9 - a_1) \\ x_8 = b_8/(a_9 - a_5) \\ x_1, x_5, x_9 - \textit{своб.члены} \\ a_1 \neq a_5, a_1 \neq a_9, a_5 \neq a_9 \end{cases}$$

Таким образом, нами доказана

Лемма 3. В случае, когда матрица A диагональная, уравнение $AX - XA = B$ разрешимо, если и только если $b_1 = 0, b_5 = 0, b_9 = 0$ и ранг исходной матрицы был равен рангу расширенной матрицы в системе линейных уравнений (3). Заметим, что и здесь $tr(AB) = 0$.

Теперь, рассматривая 3 случая совместно, найдем достаточные условия разрешимости уравнения коммутаторного типа $AX - XA = B$. Для этого составим следующую однородную систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} a_2 x_4 + a_3 x_7 = 0 \\ -a_4 x_2 - a_7 x_3 = 0 \\ a_6 x_8 - a_2 x_4 = 0 \\ a_4 x_2 - a_8 x_6 = 0 \\ -a_3 x_7 - a_6 x_8 = 0 \\ a_7 x_3 + a_8 x_6 = 0 \\ a_7 x_1 + a_8 x_4 - a_4 x_8 - a_7 x_9 = 0 \\ (a_9 - a_1) x_7 = 0 \\ (a_1 - a_9) x_3 = 0 \\ a_2 x_6 + a_3 x_9 - a_3 x_1 - a_6 x_2 = 0 \end{cases}$$

составив определитель из коэффициентов при неизвестных, убедимся, что он равен 0, а, следовательно, уравнение всегда имеет нетривиальное решение.

$$\begin{vmatrix} a_7 & 0 & 0 & a_8 & 0 & 0 & 0 & -a_4 & -a_7 \\ -a_3 & -a_6 & 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 & a_3 \\ 0 & -a_4 & -a_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_4 & 0 & 0 & 0 & -a_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_7 & 0 & 0 & a_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 - a_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & 0 & 0 & 0 & a_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & -a_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_9 - a_1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_7 & 0 & 0 & a_8 & 0 & 0 & 0 & -a_4 & -a_7 \\ 0 & -a_6 a_7 & 0 & a_3 a_8 & 0 & a_2 a_7 & 0 & -a_3 a_4 & 0 \\ 0 & a_4 & 0 & 0 & 0 & -a_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_7 & 0 & 0 & -a_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_7 & 0 & 0 & a_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 - a_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_3 & a_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & -a_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_9 - a_1 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} a_7 & 0 & 0 & a_8 & 0 & 0 & 0 & -a_4 & -a_7 \\ 0 & a_4 & 0 & 0 & 0 & -a_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_3a_4a_8 & 0 & a_2a_4a_7-a_6a_7a_8 & 0 & -a_3a_4^2 & 0 \\ 0 & 0 & a_7 & 0 & 0 & a_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_8(a_1-a_9) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_3 & a_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_6(a_9-a_1) & 0 \end{vmatrix}=0$$

Теорема. Следующие условия $b_1=0, b_5=0, b_9=0$, $b_3=0$, $b_7=0$ для матрицы B и равенство ранга исходной матрицы рангу расширенной матрицы соответствующей системы линейных уравнений являются достаточными для разрешимости уравнения $AX-XA=B$, где матрица A – удовлетворяет условию $tr(AB)=0$.

Следствие. Матрица B, удовлетворяющая условиям теоремы, представима в виде коммутатора двух элементов из кольца матриц.

Действительно, так как для матрицы B всегда найдется матрица A с условием $tr(AB)=0$, то из разрешимости уравнения $[A,X]=B$ следует, что матрица B представима в виде коммутатора двух матриц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1966. – 576с.
2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – М.: Наука, 1984. – 336с.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру. – М.: Наука, 1977 – 496с.
4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.:, 1975. – 432с.
5. Искакова У.А. О разрешимости уравнения коммутаторного типа над кольцом матриц. Наука, КИнЭУ им. М.Дулатова, Костанай, 2008.
6. Демисенов Б.Н., Кукин Г.П. О подалгебрах Лиевой алгебры с одним определяющим соотношением. Сиб. мат.журнал №5, том 38, 1997. с.1051-1057.

Суюндикова Ж.Т., магистр биологии, ст.преподаватель

К АЛЬГОФЛОРЕ ОЗЕР КОГАЛ-БУЛАК, БУГУЛЬ, БИРИНШИКОЛЬ В ОКРЕСТНОСТЯХ ПОСЕЛКА УШКАРАСУ АУЛИЕКОЛЬСКОГО РАЙОНА КОСТАНАЙСКОЙ ОБЛАСТИ

В настоящее время альгология обобщает данные о флоре самых разнообразных регионов мира, особенно актуальны исследования в малоизученных регионах. Сведения о водорослях таких мелких водоемов, таких как Ушкарасуские озера в альгологической литературе отсутствуют.

Материалом для настоящей работы послужили пробы планктона и бентоса, собранные автором в течение 2005-2006 г.г. Сбор проб осуществлялся не менее чем 1 раз в месяц, всего было собрано 26 проб. Нами было изготовлено 10 постоянных препаратов.

В результате изучения альгофлоры 3 озер окрестности поселка Ушкарасу Аулиекольского района было зарегистрированно 203 вида и разновидностей, относящихся к 6 отделам, 11 классам, 15 порядкам, 37 семействам, 68 родам.

Наиболее широко представлен в альгофлоре изученных озер отдел Bacillariophyta – 136 видов. Второе