$$\text{V(1)}\begin{Bmatrix}[h_1, e_{32}] = 1e_{32} \\ [h_1, e_{31}] = -1e_{31}\end{Bmatrix}$$

$$\text{V(1)}\begin{Bmatrix}[h_1, e_{13}] = 1e_{13} \\ [h_1, e_{23}] = -1e_{23}\end{Bmatrix}$$

$$\text{V(2)}\begin{Bmatrix}[h_1, e_{12}] = 2e_{12} \\ [h_1, h_1] = 0h_1 \\ [h_1, e_{21}] = -2e_{21}\end{Bmatrix}$$

Тем самым мы представили M как прямую сумму неприводимых L – модулей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бурбаки Н. Группы и алгебры Ли. М., 1978.
2. Джекобсон Н. Алгебра Ли. М.,1964.
3. Капланский И. Алгебры Ли и локально-компактные группы. М., 1974.
4. Серр Ж.-П. Алгебры Ли и группы Ли. М., 1969.
5. Кострикин А.И. Введение в алгебру. – М., 1977.
6. Хамфрис Дж. Введение в теорию алгебр Ли и их представлений. – М., МЦНМО, 2003.

Түйіндеме

Бұл жұмыста sl(3,F) алгебрасы келтірілмейтін sl(2,F) – модульдердің тура қосындысы болатыны көрсетілген: V(0) $\oplus$ V(1) $\oplus$ V(1) $\oplus$ V(2). Дәрежесі m-ге тең біртекті көпмүшеліктер ішкі кеңістігі sl(2,F) алгебрасы амалына қарағанында лайықты базиста инварианты екені көрсетілген және m аға салмағымен келтірілмейтіні көрсетілген.

Conclusion

In the article algebra sl(3,F) is shown the sum of unreduced sl(2,F) module: V(0) $\oplus$ V(1) $\oplus$ V(1) $\oplus$ V(2). The vacuum of similar multinomial m power with the corresponding basis is invariantly under the operation of algebra sl(2,F) and unreduced..

Пузач В.Н., магистрант
Костанайский государственный педагогический институт

О СЛУЧАЙНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ В ЛОКАЛЬНО-ВЫПУКЛЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

В последнее время изучаются свойства случайных элементов в различных линейно-топологических пространствах. Линейно-топологические пространства наделены определенной топологией, что позволяет изучать там случайные элементы.

Из наиболее изученных линейно-топологических пространств можно выделить, в частности, гильбертовы и банаховы пространства. Банаховы пространства хорошо изучены в работах таких математиков, как Прохоров Ю.В., Круглов В.М., Золотарев, Вахания, Тортра и многих других. Например, в работе Круглова «Дополнительные главы теории вероятностей» рассмотрены такие вопросы как случайные элементы со значениями в банаховых пространствах, теория характеристических функций, безгранично делимые распределения.

На сегодняшний день случайные элементы в локально-выпуклых пространствах изучено мало, хотя многие вопросы теории вероятностей, например, такие как марковские процессы, характеристические функционалы, ковариации, приводят к понятию случайного элемента со значениями в локально-выпуклом пространстве. Сложность заключается в том, что в локально-выпуклых пространствах нет числовой нормы (в отличие от банаховых и гильбертовых пространств). Но известно, что локально-выпуклое пространство нормировано над кольцом функций, определенных на некотором множестве. В частности, если это кольцо s, то получается счетно-нормированное пространство, которое исследовано в работах, например Вулиха. В данной статье изучаются случайные элементы со значениями в локально-выпуклом пространстве, и при этом существенно используются свойства R_Δ – топологического кольца. При этом под топологическим кольцом понимается линейное пространство с выделенной на нем топологией, рассматриваемой в совокупности с операциями пересечения и объединения. Здесь мы получаем следующее пространство, аналогичное банаховому.

Рассмотрим вероятностное пространство (**Ω**,A,L), где **Ω**- пространство элементарных событий, A- σ-алгебра, определенная на **Ω**, L-локально-выпуклое пространство. Определим понятие случайного элемента со значениями в локально-выпуклом пространстве. Далее B(L) – борелевская σ-алгебра, т. е. σ-алгебра, порожденная открытыми множествами в L.

Определение 1. Отображение ξ: Ω→L называется случайным элементом, если оно A-B(L)-измеримо. Последнее, в свою очередь, означает, что для любого элемента $C \in B(L) \Rightarrow \xi^{-1}(C) \in A$.

Важным понятием для случайного элемента является вопрос сходимости. Определим понятие сходимости в рассматриваемом вероятностном пространстве.

Определение 2. Последовательность $\{\xi_n\}$ случайных элементов сходится с вероятностью единица к отображению ξ: Ω→L,

если $\lim\limits_{n\to\infty}\|\xi_n(\omega)-\xi(\omega)\|_{R_\Delta}=\theta$, где $\theta = \{f(x): f(x) \equiv 0, \forall x \in \Delta\}$, $\omega \in \Omega$, .

Определим понятие окрестности нуля, весьма существенное для последующих доказательств:

$W = \{f(x): \|f(x)-\theta\|_{R_\Delta} \subset W_k\}$,

где $x \in \Delta$, k=1,2,…

Сформулируем и докажем теорему, играющую в последующем важнейшую роль.

Теорема 1. Если последовательность элементов $\{\xi_n\}$ сходится с вероятностью единица к отображению ξ: Ω→L, то ξ- случайный элемент.

Доказательство:

Требуется доказать, что ξ: Ω→L-случайный элемент, т.е. A-B(L)-измеримо. Предположим для начала, что ξ →ξ_n почти всюду. Пусть $F \subset L$ - произвольное замкнутое множество. Построим прообраз F при отображении ξ следующим образом:

$$\xi^{-1}(F) = \bigcap_{k=1}^{\infty}\bigcup_{n=1}^{\infty}\bigcap_{m=n}^{\infty}\xi_m^{-1}(O_k(F)) ,$$

где

$$O_k(F) = \{y \in L: \|x-y\|_{R_\Delta} \in V_k, x \in F\}$$

Требуется доказать:

а) $\bigcap_{k=1}^{\infty}\bigcup_{n=1}^{\infty}\bigcap_{m=n}^{\infty}\xi_m^{-1}(O_k(F)) \in A$

б) $\xi^{-1}(F) = \bigcap_{k=1}^{\infty}\bigcup_{n=1}^{\infty}\bigcap_{m=n}^{\infty}\xi_m^{-1}(O_k(F))$

Докажем а): Для этого введем следующие обозначения:

$$W_{km} = \bigcap_{m=n}^{\infty}\xi_m^{-1}(O_k(F)), W_k = \bigcup_{n=1}^{\infty}\bigcap_{m=n}^{\infty}\xi_m^{-1}(O_k(F)) = \bigcup_{k=1}^{\infty}W_{km},$$

$$W = \bigcap_{k=1}^{\infty}\bigcup_{n=1}^{\infty}\bigcap_{m=n}^{\infty}\xi_m^{-1}(O_k(F)) = \bigcap_{k=1}^{\infty}\bigcup_{n=1}^{\infty}W_{km} = \bigcap_{k=1}^{\infty}W_k$$

Так как $\{\xi_m\}$ - случайные элементы, то $\xi_m^{-1}(O_k(F)) \in A$, m=1,2,..

Далее имеем (по определению σ-алгебры):

$$W_{km} = \bigcap_{m=n}^{\infty}\xi_m^{-1}(O_k(F)) \in A \Rightarrow W_k = \bigcup_{k=1}^{\infty}W_{km} \in A \Rightarrow W = \bigcap_{=1}^{\infty}W_k \in A$$

Докажем б)Для этого покажем, что $\xi^{-1}(F)$ сколь угодно мало отличается от $\bigcap_{k=1}^{\infty}\bigcup_{n=1}^{\infty}\bigcap_{m=n}^{\infty}\xi_m^{-1}(O_k(F)) \in A$.

Полагая, что

$$\bigcup_{n=1}^{\infty}\bigcap_{m=n}^{\infty}\xi_m^{-1}(O_k(F)) = \underline{\lim}\,\xi_m^{-1}(O_k(F)) ,$$

получим:

$$\xi^{-1}(F) = \bigcap_{k=1}^{\infty}\underline{\lim}\,\xi_m^{-1}(O_k(F)) = \bigcup_{k=1}^{\infty}\overline{\lim}\,\xi_m^{-1}(O_k(F)) = \bigcup_{k=1}^{\infty}\xi^{-1}(O_k(F)) = \bigcup_{k=1}^{\infty}V_k$$

В силу ξ →ξ_n почти всюду: $\lim\limits_{n\to\infty}\xi_n = \xi$.

Покажем, что $V = \bigcup_{k=1}^{\infty}V_k \subset F$.

$$V = \left\{ f(x) : \left\| f(x) - \theta \right\|_{R_\Delta} < \varepsilon \cdot \mathrm{I}, x \in \Delta \right\},$$

где $\mathrm{I} = \{ \mathrm{f(x)} : \mathrm{f(x)} \equiv 1, \ \mathrm{x} \in \Delta \}$

Полагая

$$V_k = \left\{ f(x) : \left\| f(x) - \theta \right\|_{R_\Delta} < \frac{\varepsilon}{2^k} \cdot \mathrm{I}, x \in \Delta \right\}$$

Тогда

$$V = \bigcup_{k=1}^{\infty} V_k = \left\{ f(x) : \left\| f(x) - \theta \right\|_{R_\Delta} < \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\varepsilon}{2^k} \cdot \mathrm{I}, x \in \Delta \right\} =$$

$$= \left\{ f(x) : \left\| f(x) - \theta \right\|_{R_\Delta} < \varepsilon \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} \cdot \mathrm{I}, x \in \Delta \right\} = \left\{ f(x) : \left\| f(x) - \theta \right\|_{R_\Delta} < \varepsilon \cdot \mathrm{I}, x \in \Delta \right\}$$

Что и доказывает теорему.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики, т.1. Функциональный анализ. М., 1977.
2. Круглов В.М. Дополнительные главы теории вероятностей. М., 1984.
3. ДаулетбаевТ.Е. Случайные процессы в локально-выпуклых пространствах. Материалы конференции. Костанай, 1998.

Түйіндеме

Мақалада локалды дөңес кеңістіктердегі кездей соқ элементтер қарастырылған. Ықтималдығы бірге тең болып жинақталатың кездейдық элементтер тізбыгінық шегінің де кездейсоң элемент болатыны дәлелденген.

Conclusion

The article describes some accidental elements in the local convex spaces, it is proved that the limit of accidental elements meeting sequence with unit probability is also an accidental element with the weight.

Синько О.В., магистрант

Костанайский государственный педагогический институт

ОБ ИЗВЛЕЧЕНИИ КВАДРАТНОГО КОРНЯ ИЗ МАТРИЦ ВТОРОГО ПОРЯДКА

В линейной алгебре изучаются объекты трех родов: матрицы, пространства и алгебраические формы. Теории этих объектов тесно связанны друг с другом. Большинство задач линейной алгебры допускает естественную формулировку в каждой из указанных трех теорий. Матричная формулировка обычно наиболее удобна для вычислений.

Среди существующей литературы по теории матриц монография Ф.Р. Гантмахера занимает общепризнанно одно из главных мест. В монографии рассматриваются уравнения нескольких типов, решается матричное многочленное уравнение вида $A_0 X^m + A_1 X^{m-1} + ... + A_m = 0$. В частности он выделил уравнение $X^m = A$ - извлечение корня m-ой степени из неособенной и особенной матрицы А. Для решения этих уравнений матрицу А приводят к нормальной жордановой форме, тогда матрица А записывается в следующем виде: $A = U\widetilde{A}U^{-1}$. В случае для неособенной матрицы А, X принимает следующий вид:

$$X = T \left\{ \begin{matrix} \sqrt[m]{\lambda_1 E_1 + H_1}, \sqrt[m]{\lambda_2 E_2 + H_2}, \\ ..., \sqrt[m]{\lambda_u E_u + H_u} \end{matrix} \right\} T^{-1},$$

где $T = UX_{\widetilde{A}}$, а $X_{\widetilde{A}}$ - произвольная неособенная матрица, перестановочная с $\widetilde{A}$. А для особенной X записывается следующим образом:

$$X = U \left\{ X_{A_1}, X_{A_2} Q P^{-1} \right\} \left\{ \begin{matrix} \sqrt[m]{\lambda_1 E^{(p_1)} + H^{(p_1)}}, \sqrt[m]{\lambda_2 E^{(p_2)} + H^{(p_2)}}, \\ ..., \sqrt[m]{\lambda_u E^{(p_u)} + H^{(p_u)}}, H^{(v_1)}, ..., H^{(v_s)} \end{matrix} \right\} \cdot$$

$\cdot \left\{ X_{A_1}^{-1}, P Q^{-1} X_{A_2}^{-1} \right\} U^{-1}$, где P - матрица перехода от одного базиса к другому, а Q - осуществляет перестановку клеток в квазидиагональной матрице. Т.е. для решения этого уравнения Гантмахер использует приведение матриц к нормальной жордановой форме.