2. Т.В. Смолеусова «Этапы, методы и способы решения задачи», 2003

3. А.Е. Әбілқасымова «Орта мектепте математика есептерін шығаруға үйретудің әдістемелік негіздері» / А., 2004

4. А.Е. Әбілқасымова «Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі: дидактикалық әдістеме негіздері» / А., 2014

5. Д. Рахымбек, Ж. Бейсеков, Т. Шарипов «Математиканы оқыту әдістемесі» / Шымкент, 2006

6. К.Б. Кожабаев «О воспитательной направленности обучения математике в школе: книга для учителя» / М., 2003

7. Л.В. Виноградова «Методика преподавания математики в средней школе: учеб. Пособие», 2005

8. https://bilimland.kz/kk Қазақстандағы электронды оқыту нарығын дамытушы инновациялық компания

ӘОЖ 372.851

МАТЕМАТИКАНЫҢ МЕКТЕП КУРСЫНДАҒЫ ТУЫНДЫНЫ ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУДЕ ҚОЛДАНУ

Калелова А.Г., 4 курс, 5В010900 – математика, инженерлік-техникалық институты, А.Байтұрсынов атындағы Қостанай өңірлік университеті

Раисова Г.Т., математика кафедрасының аға оқытушысы, А.Байтұрсынов атындағы Қостанай өңірлік университеті

Мақалада мектеп курсының математикасында геометриялық есептерді туындының көмегімен функцияны экстремумын анықтау арқылы шешу мәселесі қарастырылған.

Қазіргі таңда ғылым мен техниканың ұдайы өсуі қоғам өміріне мәнді өзгерістер әкеліп, жас ұрпақты оқыту мен тәрбиелеуге жоғары талаптар қояды. Бұл талаптар Қазақстан Республикасы жалпы орта және жоғары білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандарттарында көрсетіліп, жеке адамның шығармашылық, рухани дамуы үшін жағдай жасау міндеттерін шешу қажеттілігі туды. Осыған орай колледж білім алушыларына математиканы оқыту үрдісінде оқушылардың танымдық қызығушылығын дамыту мәселесіне нақты талаптар қойылды [1].

Білім алушылардың ой – өрісін, ойлау қабілетін дамытуда, пәнге деген қызығушылығын қалыптастыруда дифференциалдық есептеулер арқылы шығарылатын геометриялық есептерді шығарудың маңызы зор. Геометриялық есептер оқушылардың математикалық ойлау қабілетін дамытудың бірден – бір құралы болып табылады. Геометриялық есептерді шешуде белгілі бір аралықта функцияның ең үлкен және ең кіші мәнін табу арқылы шешу әдісі кең қолданылады. Функцияның туындысы арқылы оның ең үлкен және ең кішімәндерін табуды мектеп оқушылары білгенімен, оны геометриялық есептерді шешуде қолдана алу мүмкіндігін еркін меңгермегенін байқаймыз [2].

Максимум мен минимум ұғымдарын функцияның бүкіл аралықтағы ең үлкен және ең кіші мәндерімен шатастырмау керек. Бір аралықта функцияның бірнеше максимумы мен бірнеше минимумы болуы мүмкін. Математикалық анализдің негізгі объектісі өзара тәуелділіктегі айнымалы шамалар болуына байланысты, олардың арасындағы алуан түрлі қатынастарды зерттеудің әдісіндегі ерекшеліктер де өзара байланысты болады. Математикалық анализдің зерттеу құралдарының бірітуындының көмегімен функцияны зерттеу әдісі болып табылатыны белгілі.

Дифференциалдық есептеудің бірнеше есептері ежелгі кезде деп шешілді, олар Евклидте кездесті. Осындай есептер қатары спиральға қолданылған, бірақ басқа қисықтарға қолданылатын, жанасуды жүргізу тәсілін жасаған Архимедпен шешілді. Туынды ұғымы-дифференциалдық есептеудің негізгі түсінігі физикадан, механикадан және математикадан бірқатар есептерді шешу қажеттігіне байланысты, бірінші кезекте келесі екеу пайда болды: түзу сызықты біркелкі емес қозғалыс жылдамдығын анықтау және еркін жазық қисыққа жанасуды құру. Осы міндеттердің біріншісін Ньютон алғаш рет шешті. Бұл функцияны флюэнт деп атайды, яғни ағымдағы Өлшем (латын fluere – ағу), туынды – флюксия (сол fluere-дан тұрады). Ньютон XVII ғ. 60-шы жылдардың ортасында өзінің флюксия әдісін ашты деп болжамдалады, алайда оның жоғарыда аталған трактаты қайтыс болғаннан кейін ғана 1736 жылы жарияланды. XV-XVII ғғ. математиктер қисықтың кез-келген нүктесінде жанасуды құру үшін жалпы әдісті табу туралы мәселесі ұзақ уақыт мазалады. Бұл міндет денелердің қозғалысын зерттеумен және әртүрлі функциялардың ең үлкен және ең кіші мәндерінің экстремумдарын табумен байланысты болды. Кейбір есептеулердің жеке жағдайлары ежелгі уақытта берілген. Осылайша, Евклидтің "Бастау" туралы шеңберге жанасудың тәсілі берілген, Архимед спиральға, оның атын алып жүретін, Апполоний – эллипске, гиперболаға және параболға жанасуды жасады. Алгебралық қисыққа қатысты тұрғызудың бірінші жалпы тәсілі Декарттың "Геометриясында" жазылған. Дифференциалдық есептеулерді дамыту үшін жалпы және маңызды жанамаларды құру Ферма әдісі болды. Ферма нәтижелері мен басқа да кейбір қорытындыларды негізге ала отырып, Лейбниц ол туралы тиісті алгоритм жасай отырып, өз ізашарларынан әлдеқайда толық шешім қабылдады. Оның табу міндеті бар, яғни функциямен анықталатын жазық қисыққа M нүктесінде жанама бұрыштық коэффициенттің осы мәні кезінде (немесе осы нүктеде) тәуелсіз айнымалы бойынша туынды функцияның табылуына әкеледі. Дифференциалды есептеу бойынша бірінші баспа жұмысы 1684 жылы Лейбницпен жарияланды. Бұл 1682 жылы «Acta Eruditorum» (оқу жазбаларының прототипі) математикалық журналында пайда болған мемуар және «максимумдар мен минимумдардың жаңа әдісі, сондай-ақ бөлшек және иррационалдық сандар кедергі болып табылмайтын жанама, және бұл үшін ерекше есептеу түрі» деп аталды. «Туынды» термині алғаш рет француз Арбогастта 1800 жылы Парижде жарияланған "туынды есептеу" кітабында кездеседі. XVIII және XIX ғасырларда Лагранж Арбогастқа қарамастан «туынды» деген термин енгізеді.

Жалпы туындының анықтамасына келетін болсақ $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$қатынасының аргумент өсімшесі Δx нөлге ұмтылғандағы шегі бар болатын шекті $y=f(x)$ функциясының x нүктесіндегі туындысы деп атайды. $y=f(x)$ функциясының x нүктесіндегі туындысы $y'=f'(x)$ деп белгіленіп, x-тен эф штрих деп оқылады.

Демек, $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=f'(x)$.

Функцияның туындысын табу амалын функцияны *дифференциалдау* деп атайды.

x нүктесінде функцияның туындысы бар болса, онда $f(x)$ функциясын осы нүктеде дифференциалданатын функция деп атайды. Егер функция аралықтың барлық нүктелерінде дифференциалданатын болса, онда осы аралықта дифференциалданатын функция деп атайды.

Геометриялық есептерді шешуде туындыны қолдануды келесі есептердің мысалында көрсетейік.

Есеп-1. Ұзындығы 48 м сымды тіктөртбұрыш етіп иген. Осы тік төртбұрыштың ауданы ең үлкен болу үшін, оның қабырғаларының ұзындығы қандай болу керек?

Шешуі: Тік төртбұрыштың ауданы $S = ab$. Бізге берілгені тік төртбұрыштың периметрі $P = 2a + 2b = 48м$. Бұдан $b = \frac{48-2a}{2} = 24 - a$ -ны өрнектеп алып, тік төртбұрыштың ауданының формуласына қойсақ $S = a\cdot(24-a) = 24a - a^2$ болатын a – ға қатысты $S(a)$ функциясын аламыз. Енді осы функцияны экстремумға зерттейік.

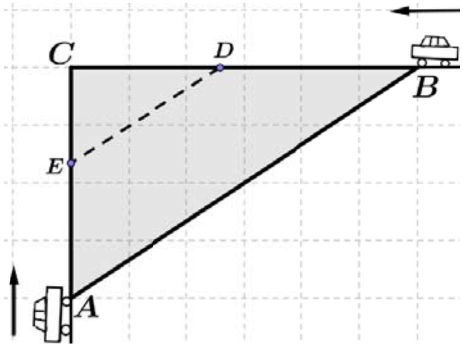
$$S'(a) = 24 - 2a$$

$S'(a) = 0$ теңдеуінен $24 - 2a = 0$ немесе $2a = 24;\ a = 12м$ болатын сындық нүктесін тауып алдық. Осы нүктеде туындының таңбасы «+» тен «-»-ке ауысады, функция $(0;12]$ аралығында өседі, $[12;\infty)$ аралығында кемиді, яғни, тік төртбұрыштың қабырғалары $a = 12м;\ b = 12м$ болғанда тік төртбұрыштың ауданы ең үлкен болады $S_{\max}\big|_{a=12\,;\,b=12} = 12\cdot 12 = 144м^2.$

Жауабы: тік төртбұрыштың қабырғалары $a = 12м;\ b = 12м$ болу керек.

Есеп – 2. Екі көшенің бойымен олардың тоғысқан жеріне қарай екі машина тұрақты $40\,км/сағ$ және $50\,км/сағ$ жылдамдықпен жүріп келеді (1–сурет). Көшелер тік бұрыш жасай қиылысады деп есептеп және қандай да бір уақыт мезетінде автомашиналар көшелер тоғысынан 2 $км$ және 3 $км$ (сәйкес түрде) қашықтықта болатынын біле отырып, олардың ара қашықтығы қанша уақыттан кейін барынша аз болатынын анықта.

Шешуі:



1 – сурет. Автомашиналардың қозғалысы

Есептің шартынан $AC = 2\ км;\ BC = 3\ км$ және А нүктесінен шыққан машинаның жылдамдығы $40\,км/сағ$, ал В нүктесінен шыққан машинаның жылдамдығы $50\,км/сағ$. Осы екі машинаның белгілі бір t уақыт мезетінде жүріп өткен жолын есептейік: А нүктесінен шыққан машина белгілі бір t уақыт мезетінде Е нүктесіне жетеді, онда оның жүрген жолы $AE = 40\cdot t\ км$, қалған жол $CE = 2 - 40\cdot t\ \ км$, ал В нүктесінен шыққан машина белгілі бір t уақыт мезетінде D нүктесіне жетеді, онда оның жүрген жолы $BD = 50\cdot t\ км$, қалған жол $CD = 3 - 50\cdot t\ \ км$. Осы мезеттегі екі машинаның ара қашықтығы

$$DE = \sqrt{CD^2 + CE^2} = \sqrt{(3-50t)^2 + (2-40t)^2} = \sqrt{9 - 300t + 2500t^2 + 4 - 160t + 1600t^2} =$$
$$= \sqrt{4100t^2 - 460t + 13}.$$

болатын t – ға қатысты функция алдық. DE – ны S деп белгілеп алайық. Яғни, $S = \sqrt{4100t^2 - 460t + 13}$. Енді осы функцияны экстремумға зерттейік.

Есеп-3. y=sinx функциясының графигіне (0;0) нүктесі мен Ох осіне жүргізілген жанаманың бұрышын табу керек.

Шешуі: *y=sinx* қисықтың *(0;0)* нүктесінде бұрыштық коэффициентін табамыз, яғни бұл функцияның туындысының мәні x=0.

$f(x) = cosx$ функциясының туындысы $f(x) = sinx$- ке тең. $f^{'}(x) = tg\alpha$формуласы бойынша $tg\alpha = f^{'}(0) = \cos(0) = 1$ табамыз, одан $\alpha = arctg1 = \frac{\pi}{4}$

Есеп-4. Абцисассы$x_0 = \frac{\pi}{6}$ *нүктесінде* $y = cosx$ *функциясының графигіне жүргізілген жанаманың теңдеуін жазындар.*

Шешуі: $y = cosx$функцияның $x_0 = \frac{\pi}{6}$ нүктедегі оның туындысының мәні тең: $f(x_0) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $f'(x_0) = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$,

$y = f(x_0) + f^{'}(x_0)(x - x_0)$ формуласын қолдана отырып,

$$y = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \text{немесе} y = -\frac{1}{2}x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{12}\right)$$

Қазіргі уақытта білім беру қызметкерлерінің алдында тұрған басты мақсат – еліміздегі білім беруді халықаралық деңгейге көтеру және білім сапасын көтеру, жеке тұлғаны қалыптастыру, қоғам қажеттілігін өтеу, оны әлемдік білім кеңістігіне кіріктіру болмақ. Өзіміздің қалыптасқан білім беру қалыбымыз бар. Бірақта ол жетілдіруді талап етеді. Бой салыстыратын емес ой салыстыратын осынау ғасырда ойы ұшқыр, пайым-парасаты дамыған, дербес іс-әрекет жасай алатын, өзіндік көзқарасы қалыптасқан қоғамда болып жатқан өзгерістерге бейім азамат тәрбиелеу барша ұстаздар қауымының міндеті.

Геометриялық есептерді шешу барысында туындыны қолдану оқушыларда дүниеге көзқарастарын кеңейтіп, күнделікті тұрмыста пайда болатын мәселелерді тез шешуге ықпал етеді, ең бастысы – оқушылардың танымдық іс-әрекеттерін дамытудың таптырмайтын құралы. Өйткені, дифференциалдық және интегралдық есептеулер арқылы шығарылатын есептерді шығару барысында оқушылардың есеп шығару дағдылары және өз ойларын еркін жеткізу білігі қалыптасады, олардың логикалық ойлау және шығармашылық қабілеті дамиды, бағдарламаға енетін кейбір материалды оқушылар терең меңгереді және алған білімдерін күнделікті тұрмыста қолдау білігінің қалыптастырылуын, болашақ мамандық таңдау мүмкіндігін қамтамасыз етеді.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі

1. «Қазақстан-2050» Стратегиясы қалыптасқан мемлекеттің жаңа саяси бағыты Қазақстан Республикасының Президенті Н.Назарбаевтың Қазақстан халқына Жолдауы / А., 2012
2. Т.В. Смолеусова «Этапы, методы и способы решения задачи», 2003
3. Е.А. Тұяқбаев «Математика анықтамасы», 2005
4. Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, Е.Л. Мокрушин «Методика преподавания математики в средней школе», 1965
5. А.Е. Әбілқасымова «Орта мектепте математика есептерін шығаруға үйретудің әдістемелік негіздері» / А., 2004