

**ҒЫЛЫМ МЕН ТЕХНИКАНЫҢ ДАМУЫ:
ЖАҢА ИДЕЯЛАР МЕН ПЕРСПЕКТИВАЛАР
РАЗВИТИЕ НАУКИ И ТЕХНИКИ:
НОВЫЕ ИДЕИ И ПЕРСПЕКТИВЫ**

УДК 519.6 (075.8)

ҚАЙТАЛАЙТЫН ЕСЕПТЕУ ФОРМУЛАСЫ

Маратова Ж.Б., 2 курс, ақпараттық жүйелер мамандығы, инженерлік-техникалық институт, А.Байтұрсынов атындағы Қостанай өңірлік университеті

Байманқұлов Ә.Т., профессор, физика-математика ғылымдарының докторы, А.Байтұрсынов атындағы Қостанай өңірлік университеті

Жұмыста бастапқы және шекаралық шарттары бар есептерге сәйкес келетін жылу беру теңдеуі арқылы топырақтың жылу өткізгіштік коэффициентін анықтау міндеті зерттеледі. Мәселенің бастапқы дифференциалды тұжырымы оның айырмашылық аналогымен ауыстырылады. Сандық шешім үшін топырақтың жылу өткізгіштік коэффициентін есептеудің итерациялық формуласы алынады.

Бұзылмайтын бақылау әдісімен зерттелетін жер учаскесінің топырағының термофизикалық сипаттамаларын анықтау мәселесі өзекті мәселе болып табылады. Мұндай есептерді шешудің сандық әдістері Колесников А.Г., Мартынов Г.А., Жұмағұлов Б.Т., Рысбайұлы Б., Адамов А.А., Исмаилов А.О. еңбектерінде зерттелді.

Бұл сыныптың міндеттеріне топырақтың фазалық ауысу аймағындағы жылу қозғалысын сипаттайтын параметрді – жылу өткізгіштік коэффициентін анықтау жатады.

Мәселе $Q = (0, H) \times (0, T)$ аймағында шешіледі. Зерттелетін топырақтың температурасы θ екі айнымалының функциясы болып табылады, $z \in (0, H)$ и $t \in (0, T)$. $\lambda(z, t)$ -жылу өткізгіштік коэффициенті, C - жылу сыйымдылығы коэффициенті.

Математикалық модельдің негізі ретінде дифференциалдық формадағы бастапқы және шекаралық жағдайлары бар есептерге сәйкес келетін жылу беру теңдеуі алынады.

Сандық шешім үшін $(0, H)$ кесіндіні $\Delta z = H / N$ қадаммен N тең бөліктерге, ал $(0, T)$ кесіндіні $\Delta t = T / m$ қадаммен m тең бөліктерге бөлу арқылы біз $Q = (0, H) \times (0, T)$ аймақты

$$Q_N^m = \{z_i = i \cdot \Delta z; i = 0, 1, 2, \dots, N; t_j = j \cdot \Delta t, j = 0, 1, 2, \dots, m\}$$

тормен дискретті аймаққа аударамыз [1].

$\theta(z_i, t_j)$ функцияның тор аналогын Y_i^j арқылы белгіленеді, ал $\theta(z_i, t_j + \Delta t)$ тор аналогы Y_i^{j+1} арқылы белгіленеді.

Жылу өткізгіштік коэффициенті $\lambda(z, t)$ итеративті түрде анықталады. n арқылы итерация нөмірін белгілеп

$$Y_i^{j, n+1} - Y_i^{j, n} = \Delta Y_i^j$$

белгілерді енгізу арқылы

$$\gamma_0 c_i^j \Delta Y_i^{j+1} = \left(\Delta \lambda_i^j Y_{i,z}^{j+1, n+1} + \lambda_{i,n}^j \Delta Y_z^{j+1} \right)_z, \quad (1)$$

$$\Delta Y|_{i=0} = 0, \quad \lambda_{N,n}^j \Delta Y_{N,z}^{j+1} + \Delta \lambda_i^j Y_{N,z}^{j+1, n+1} = -\alpha \Delta Y_N^{j+1}, \quad (2)$$

$$\Delta Y|_{j=0} = 0 \quad (3)$$

$$\Delta Y_i^0 = 0, \quad (4)$$

айырмашылық есеп аламыз. Мұнда

$$\Delta \lambda_i^j = \lambda_{n+1}^j(z_i, t_j) - \lambda_n^j(z_i, t_j).$$

**ҒЫЛЫМ МЕН ТЕХНИКАНЫҢ ДАМУЫ:
ЖАҢА ИДЕЯЛАР МЕН ПЕРСПЕКТИВАЛАР
РАЗВИТИЕ НАУКИ И ТЕХНИКИ:
НОВЫЕ ИДЕИ И ПЕРСПЕКТИВЫ**

Бұрын алынған дифференциалды түйіндес есептің, айырмашылық көрінісі келесідей болады:

$$\gamma_0(c_i^j U_i^j)_i + (\lambda_{i,n}^j U_z^j)_z = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N-1; \quad j = m-1, m-2, \dots, 1; \quad (5)$$

$$U_i^m = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad (6)$$

$$U_0^j = 0, \quad \lambda_{N,n}^j U_{N,z}^j + \alpha U_N^j = -2(Y_N^{j+1} - T_g^{j+1}), \quad j = 0, 1, 2, \dots, m-1; \quad (7)$$

Жылу өткізгіштік коэффициентін анықтаудың қайталанатын қатынасын алу [2]

$$J(\lambda) = \sum_{j=0}^{m-1} (Y_N^{j+1} - T_g^{j+1})^2 \Delta t, \quad (8)$$

функционалды минимумге зертеу арқылы табылады.

Мұндағы $T_g(t)$ – жер бетіндегі топырақ температурасының мәні, Y_N^{j+1} - жер бетіндегі температураның есептелген мәні. Біз функционалдың келесі мәндерін

$$J(\lambda_{n+1}) = \sum_j (Y_N^{j+1, n+1} - T_g^{j+1})^2 \Delta t, \quad (9)$$

$$J(\lambda_n) = \sum_j (Y_N^{j+1, n} - T_g^{j+1})^2 \Delta t \quad (10)$$

белгілейік. Сонда көршілес мәндердің [3] айырмашылығын

$$J(\lambda_{n+1}) - J(\lambda_n) = 2 \sum_j \Delta Y (Y_N^{j+1} - T_g^{j+1}) \Delta t + \sum_j (\Delta Y_N^{j+1})^2 \Delta t \quad (11)$$

өрнек ретінде ұсынуға болады. (7) ескере отырып,

$$J(\lambda_{n+1}) - J(\lambda_n) = \sum_j (\Delta Y_N^{j+1})^2 \Delta t + \sum_{i,j} \Delta \lambda_i^j Y_z^{j+1} U_z^j \Delta z \Delta t$$

арақатынас алынады, немесе

$$J(\lambda_{n+1}) - J(\lambda_n) = \sum_{i,j} \Delta \lambda_i^j Y_z^{j+1} U_z^j \Delta z \Delta t + \sum_{i,j} \Delta \lambda_i^j \Delta Y_z^{j+1} U_z^j \Delta z \Delta t + \sum_j (\Delta Y_N^{j+1})^2 \Delta t. \quad (12)$$

Егер

$$\Delta \lambda = -\beta_n Y_z^{j+1, n} U_z^{j, n},$$

деп таңдасақ, онда

$$J(\lambda_{n+1}) - J(\lambda_n) = -\sum_{i,j} \beta (U_{i,z}^j Y_{i,z}^{j+1})^2 \Delta t \Delta z + \sum_{i,j} \Delta \lambda_i^j \Delta Y_z^{j+1} U_{i,z}^j \Delta t \Delta z + \sum_j (\Delta Y_N^{j+1})^2 \Delta t$$

өрнек белгісі $\Delta \lambda$ белгісімен анықталады. Яғни, жылу өткізгіштік коэффициентінің шамамен мәнін есептеуді

$$\lambda_{n+1} = \lambda_n - \beta_n Y_{i,z}^{j+1, n} U_{i,z}^{j, n}, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

формула бойынша атқаруға болады.

Список использованных источников

1. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский «Уравнения математической физики» / М., 1996
2. Б. Рысбайулы «Идентификация коэффициента теплопроводности распространения тепла в неоднородной среде», 2008
3. А.Т. Baymankulov, A. Ismailov «Stability and convergence of difference schemes in the problem of determining the coefficient of soil thermo gradient» / А., 2009