Әдебиеттер тізімі:
1. Введение в математическое моделирование: Учебнок пособие/Под ред. П.В.Трусова.-Логос, 2004.-440с
2. Говорухин В.Н., Цибумен В.Г. Ваедение в Maple. Математический пакет для всех.-М.: Мир, 1997.-208с
3. Гульд Х., Тобочник Я. Компьютерное моделирование в физике. Ч.I.-М.: Мир, 1990.-350с

ОӘЖ 517.927.4

ГИЛЬБЕРТ КЕҢІСТІГІНДЕГІ БІРІНШІ РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУ

Кәрім А.О.
А.Байтұрсынов атындағы Қостанай мемлекеттік университеті,
Қостанай қаласы

Ысмағұл Р.С.
А.Байтұрсынов атындағы Қостанай мемлекеттік университеті,
Қостанай қаласы

Аннотация
Алғаш рет дифференциалдық теңдеу $y'(x) = y(x-1)$ түрде 1771 жылы Эйлердің түзулерді табу геометриялық тапсырмаларында қарастырылған болатын. Ары қарай ауытқу аргументімен дифференциялдық теңдеудің жалпы теориясын қалыптастыру типтегі жұмысты ешкім жалғастырмады.
Мақаланың негізгі мақсаты – Гильберт кеңістігінде берілген және бірінші ретті дифференциалдық теңдеулердің шешілу шарттарын, шешімдерінің сапалық қасиеттерін және жуықтау мүмкіндіктерін зерттеуге арналған. Бірінші ретті дифференциалдық теңдеулерді зерттеу кезінде көңіл бөлетін басты мәселелерді келесі үш категорияның (санаттың) біріне жатқызуға болады. Олар - шешімнің табылуы, жалғыз болуы және сапалық қасиеттері.
Түйінді сөздер: гильберт кеңістігі, Коши есебі, дифференциал, функция.

Аннотация
Дифференциальное уравнение впервые было рассмотрено в 1771 году в геометрической задаче Эйлера для нахождения линий в виде $y'(x) = y(x-1)$. Далее никто не продолжал работать над формированием общей теории дифференциальных уравнений с аргументом отклонения.
Основная цель статьи - изучение условий решения дифференциальных уравнений первого порядка, качественных свойств решений и приближений в гильбертовом пространстве. Основные вопросы, которые необходимо учитывать при изучении дифференциальных уравнений первого порядка, можно разделить на одну из следующих трех категорий. Это -нахождение, единственность и качественные характеристики решения.
Ключевые слова: гильбертого пространства, задача Коши, дифференциал, функция.

Annotation

The differential equation was first considered in 1771 in the geometric Euler problem for finding lines in the form $y'(x) = y(x-1)$. Further, no one continued to work on the formation of a general theory of differential equations with an argument of deviation.

The main goal of the article is to study the conditions for solving differential equations of the first order, the qualitative properties of solutions and approximations in a Hilbert space. The main issues that must be considered when studying first-order differential equations can be divided into one of the following three categories. This is the location, uniqueness and quality characteristics of the solution.

Keywords: Hilbert space, Cauchy problem, differential, function.

Гильберт кеңістігіндегі дифференциалдық теңдеулерді қарастыруда сызықты және сызықты емес бірінші ретті дифференциалдық теңдеулердің шешімдерінің сапалық қасиеттерін зерттеу маңызды болып табылады.

1°. $[0,T] \subset R$ кесіндісінде анықталған, әрбір t мәні $\|\cdot\|_H$ нормасымен берілген гильберт кеңістігінің элементі болып табылатын *u(t)* функциясын қарастыратын боламыз.

Анықтама 1. *u(t)* функциясы t_0 нүктесінде үзіліссіз деп аталады, егер b $\|u(t)-u(t_0)\|_{H\to 0}$ $(t \to t_0)$, және егер $[0,T]$ кесіндісіндегі әрбір t_0 нүктесінде үзіліссіз болса, онда $[0,T]$ кесіндісінде үзіліссіз. [2.c.9]

$[0,T]$ кесідісінде $\|u(t)\|_{H\to 0}$ нормасы үзіліссіз блғанда функция скалярлық үзіліссіз функция болады.

H кеңістігіндегі $[0,T]$ кесіндісіндегі үзіліссіз барлық функциялардың жиынтығы сызықтық кеңістікті құрайды. Ол $C([0,T];H)$ арқылы белгіленеді, ал норма мына формула ішіне енгізіледі

$$\|u\|_{C([0,T];H)} := \max_{0\le t\le T}\|u(t)\|_H . \qquad (1)$$

Бұл нормада $C([0,T];H)$ кеңістігі гильберт кеңістігі болып табылады, ал (1) нормасы бойынша жинақтылығы *t* бойынша біркелкі жинақталықты білдіреді.

2°. Енді H кеңістігінде мәндері бар *u(t)=u* функцияның дифференциалдануының түсінігін қарастырайық.

Анықтама 2. Егер $v \in H$ элементі бар болса, *u(t)* функциясының t_0 нүктесінде оң (сол жақ) туынды бар деп айтады [1.c.11],

$$\Delta t \to +0 \quad (\Delta t \to -0) \text{ болғанда } \left\| \frac{u(t_0+\Delta t)-u(t_0)}{\Delta t} - v \right\| \to 0$$

Сонымен бірге

$$\frac{d_+u(t_0)}{dt} = v \qquad \left(\frac{d_-u(t_0)}{dt} = v\right)$$

жазуға болады. Егер оң және сол жақ туындылары бар болады және сәйкес келеді, онда *u(t)* функциясы t_0 нүктесінде дифференциалданады және онің туындысы

$$u'(t_0) = \frac{du(t_0)}{dt} = v.$$

Егер ол кесіндісіндегі (интервалдағы, жартыинтервалдағы) әрбір нүктеде дифференциалданса, *u(t)* функциясы кесіндісінде (интервалда, жартыинтервалда) дифференциалданады. Бұл жағдайда $u'(t)$ туындысы H гильберт кеңістігіндегі мәндері бар функция болып табылады. Егер ол үзіліссіз болса, онда *u(t)* функциясы үзіліссіз дифференциалданады.

Ұқсас жағдайларда *n* ретті дифференциалдану және шексіз дифференциалданатын функция түсінігі енгізіледі.

3^o. Егер $u(t)\in C([0,T];H)$, онда ол үшін интегралдық шектердің қосындысы ретінде интегралды анықтауға болады:

$$\lim_{d\to 0}\sum_{k=1}^{n} u(\tau_k)\Delta t_k =: \int_0^T u(t)dt, \qquad (2)$$

$t_0 = 0 < \tau_1 < t_1 < \tau_2 < t_2 < \tau_3 < ... < \tau_n < t_n = T,$ d- $[0,T]$ кесінді бөлігінің диаметрі. Мұнда шек мағынасы Н кеңістігіндегі норма бойынша жинақталық мағынасында түсіндіріледі. Интегралдар үшін (2) түріндегі

$$\left\|\int_a^b u(t)dt\right\|_E \le \int_a^b \|u(t)\|_E dt \qquad ([a,b]\subset[0,T]),$$

жарамды ,ал орта теоремасы жайлы

$$\int_a^b u(t)dt = (b-a)\bar{v},$$

мұнда $\bar{v}\in E$ - $\overline{span\{u(t): a\le t\le b\}}$ элементі, яғни $[a,b]$ кесіндісіндегі *u(t)* функциясының мәндер жиыны жабық дөңес қабығы.

Егер $u(t)\in C([0,T];H)$ болса, онда $u(t) := \int_a^t u(\tau)d\tau$ $\quad u'(t) = u(t)$ және үзіліссіз дифференциалданатын функция болып табылатынын ескереміз. Кез келген *u(t)* үзіліссіз дифференциалданатын функция үшін Ньютон-Лейбниц формуласы жарамды

$$\int_a^b u'(t)dt = u(b) - u(a).$$

4^0. Н кеңістігінде мәндері бар $z\in G\subset C$ комплекстік айнымалы *u(z)* функциясы кейде қарастырылады. Мұнда, комплекс айнымалысы бар қарапайым функциялары теориясындағыдай, *u(z)* функцияның $u'(z_0)$ туындысы $z_0\in G$ нүктесінде $u'(z_0)\in E$ элементті білдіреді, ол үшін

$$\left\|\frac{u(z_0+\Delta z)-u(z_0)}{\Delta z} - u'(z_0)\right\|_E \to 0 \qquad (\Delta z\to 0).$$

$G\subset C$ облысындағы Н кеңістігіндегі мәндері бар *u(z)* функциясы аналитикалық деп аталады, егер ол туындысы облысындағы әрбір нүктедегі мәні болса. $z_0\in G$ әр нүктенің төңірегіндегі аналитикалық функциясы Тейлор қатарында жіктеледі

$$u(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k (z-z_0)^k, \qquad a_k = \frac{1}{k!}u^{(k)}(z_0)\in H,$$

шеңбердің *r* радиусы Коши-Адамардың формуласы бойынша жинақталады

$$r^{-1} = \overline{\lim_{k\to\infty}} \left(\|a_k\|_H\right)^{1/k}.$$

$(z\in G)$ мәндері бар *u(z)* аналитикалық функциясы Н гильберт кеңістігінде қарапайым аналитикалық функциялар теориясының көп теоремасы таралады. Атап айтқанда, аналитикалық *u(z)* үшін $\Gamma\subset G$ түзетілетін жордан контуры бойынша интеграл анықталады, Коши теоремасы және Коши интегралдық формуласы жарамды:

$$u(z) = \frac{1}{2\pi i}\oint_{\Gamma}\frac{u(\varsigma)}{\varsigma - z}d\varsigma.$$

Шенелген және шенелмеген сызықтық операторлар. Операторлар функциясы.

5^o. Е және F – банах кеңістіктері. $A: E\to F$ бейнелеуі сызықтық оператор деп аталады, егер

$$A(\alpha u + \beta v) = \alpha Au + \beta Av \qquad (\forall u, v \in E, \alpha, \beta \in C). \qquad (3)$$

Егер ол $0 \in E$ нүктесінде үзіліссіз болса, сызықтық оператор үзіліссіз. Үзіліссіздік А шенелген оператордың қасиеттеріне тең

$$\|A\| := \sup\{\|Au\|_F / \|u\|_E : u \in E, u \neq 0\} = \sup\{\|Au\|_F : u \in E, \|u\|_E = 1\}. \qquad (4)$$

$\mathcal{L}(E,F)$ сызықтық шенелген операторлардың жиынтығы (4) нормасымен банах кеңістігі болып табылады.

Сызықтық оператор толықтай үзіліссіз немесе компактты деп аталады, егер барлық Е кеңістігінде анықталған және Е кеңістігіндегі әрбір шенелген жиынды F компакталды кеңістігіндегі жиынға бейнелесе.

Толықтай үзіліссіз оператормен шектелгені анық. $\mathfrak{S}_\infty(E,F)$ жиыны толықтай үзіліссіз оператор $\mathcal{L}(E,F)$ кеңістігіндегі екіжақты идеал болып табылады, яғни

1. $\mathrm{A} + \mathrm{B} \in \mathfrak{S}_\infty(E,F)$, егер $\mathrm{A}, \mathrm{B} \in \mathfrak{S}_\infty(E,F)$;
2. $C_1\mathrm{A},\ \mathrm{A}\mathrm{C}_2 \in \mathfrak{S}_\infty(E,F)$, егер $\mathrm{A} \in \mathfrak{S}_\infty(E,F),\ \mathrm{C}_1 \in \mathcal{L}(E),\ \mathrm{C}_2 \in \mathcal{L}(\mathrm{F})$.

6^{o}. $(0 \le t \le T)$ мәндері бар $A(t)$ функциясы кеңістігіндегі $\mathcal{L}(E,F)$ шенелген операторды t параметрінен тәуледі оператор немесе оператор-функция деп атаймыз. Жоғарыда (2) қарастырылған гильберт кеңістігіндегі мәндері бар функция мысалындағы дифференциалдану, аналитикалық және үзіліссіздік ұғымы параметрден тәуелді оператор-функцияға ауысады.

Жоғарыда ұсынылған $z \in G \subset C$ комплекстік айнымалы үшін аналитикалық операторлар функциясы анықталады. $A \in \mathcal{L}(E,E) = \mathcal{L}(E)$ болсын. А функция-операторының маңызды мысалы оның реольвентасы болып табылады

$$R_\lambda(A) := (A - \lambda I)^{-1}, \quad \lambda \in C. \qquad (5)$$

$\lambda \in C$ нүктесі $A \in \mathcal{L}(E)$ операторының регулярлық нүктесі деп аталады, егер $\mathcal{L}(E)$-дегі (5) резольвента бар болса. $\rho(A)$ жиыны $A \in \mathcal{L}(E)$ операторының барлық регулярлық нүктесінде ашық, ал оның $\sigma(A) := C \setminus \rho(A)$ спектрі әрқашан бос емес, тұйықталған және $|\lambda| \le \|A\|$ шеңберінде жатады. Нақтырақ, $\sigma(A)$ спектрі радиусы r_A болатын $r_A = \lim_{n\to\infty}(\|A^n\|)^{1/n}$ шеңберде жатады. r_A саны А операторының спектралды радиусы деп аталады. [3. c.101]

7^{o}. Параметрден тәуелді операторлардың бірнеше мысалын, сондай-ақ, голоморфты оператор функциясының мысалдарын келтірейік.

Мысал 1.

$$\exp(tA) := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(tA)^k}{k!}, t \in R. \qquad (6)$$

қатар түріндегі кез келген $A \in \mathcal{L}(E)$ үшін $\exp(tA)$ функциясын анықтайық.

$\forall t \in R$ болғанда $\exp(tA) \in \mathcal{L}(E)$ болатынын көру қиын емес. Бұл функция қатарлардың тамаша қасиеттеріне ие:

1) $\exp(tA)|_{t=0} = I_E$ (Е кеңістігіндегі бірлік операторы)
2) $\exp(tA)\exp(\tau A) = \exp(\tau A)\exp(tA) = \exp((t+\tau)A)$,
3) $(d/dt)\exp(tA) = A\exp(tA) = \exp((tA)A)$.

Сәйкесінше, $\forall \lambda \in C$ үшін $\exp(\lambda A)$ функциясы анықталады. Сондықтан, 1)-3) қасиеттер сақталады.

Мысал 2. Кез келген $A \in \mathcal{L}(E)$ үшін ұқсастық бойынша

$$\cos(ta) = 1 - \frac{(ta)^2}{2!} + \frac{(ta)^4}{4!} \ldots$$

қатарымен

$$C_A(t) := \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(tA)^{2k}}{(2k)!} =: \cos(tA)$$

оператор-функцияны анықтаймыз. Ол поераторлық косинус-функция деп аталады және қатарлардың келесідегідей тамаша қасиеттеріне ие:

1) $C_A(t)\big|_{t=0} = I_E$,

2) $C_A(t+\tau) + C_A(t-\tau) = 2C_A(t)C_A(\tau)$.

Мысал 3. $\sin(ta)/a$ скалярлық функциясы

$$S_A(t) := \int_0^t C_A(\tau)d\tau \qquad (7)$$

операторлық синус-функциясы болып табылады. Ол үшін

1) $S_A(0) = 0$

2) $S'_A(t) = C_A(t), \forall t \in \mathbb{R}$

қасиеттер орындалатыны анық.

Бұдан көретініміздей, функциялар (6-7) бірінші және екінші ретті дифференциалдық теңдеулердің шешілуін операторлық коэффициенттермен зерттеуде басты рөл атқарады. Косинус және синус функциялары теориясын алғаш рет поляк математигі М.Сова жасаған. [4, б.1-47]

Мысал 4. $E = H = L_2(0,\pi)$ болсын,

$$\mathcal{D}(A) := \{u(x) \in L_2(0,\pi) : u''(x) \in C[0,\pi]\} \subset L_2(0,\pi),$$

$$Au(x) := u''(x), \quad \forall u(x) \in \mathcal{D}(A).$$

Мұнда, $\overline{\mathcal{D}(A)} = L_2(0,\pi)$ болатыны анық. $u_k(x) = \sin kx, k \in N$ тізбектес функциясы үшін $\|Au\|_H^2 / \|u\|_H^2$ қатынасының жоғарғы шегін анықтаймыз. $u(x) = u_k(x)$ үшін

$$\frac{\|Au_k\|_H^2}{\|u_k\|_H^2} = k^4 \to \infty \quad (k \to \infty)$$

аламыз, сондықтан

$$\sup \frac{\|Au_k\|_H}{\|u_k\|_H} = +\infty.$$

Бұдан шығатыны, жоғарыда келтірілген А операторы $H = L_2(0,\pi)$ кеңістігінде шенелмеген.

Сонымен, Гильберт кеңістігіндегі дифференциалдық теңдеулер үшін эволюциялық есептер спектрлік есептермен бірге туындайды және зерттеу жұмыстары үшін бұл есептер күрделі болып келеді.

Қысқаша сипатталған проблемалар шеңбері аталмыш мақалада негізгі болып қала береді. Дифференциалдық теңдеулермен қатар Гильберт кеңістігіндегі интегродифференциалдық теңдеулерді де қарастыруға болады.

Бұл теңдеулердің көптеген қосымшалары бар. Сонымен, тұтқыр немесе босаңсыған сұйықтықтың қозғалу процестері осыған ұқсас теңдеулермен сипатталады.

Әдебиеттер тізімі:
1. Кәрім А.О. Гильберт кеңістігіндегі бірінші ретті шешімі бастапқы шарттан тәуелді үзіліссіз емес дифференциалды теңдеу: Ысмағұл Р.С., Хамитбеков Ж.Р. // Қ.Сатпаев атындағы ҚазҰТЗУ Хабаршысы. Топтама: Физика-математика ғылымдары. -2019. №6. -940 б.
2. Наурызбаев Қ.Ж. Функционалдық анализ – Алматы, -2007. -161 бет
3. Копачевский Н.Д. Дифференциальные уравнения в банаховом пространстве – Симферополь, -2012. -108 бет.
4. Sowa M. Cosine operator functions // Rozpr.Math. – 1966. –v.49. –pp.123

ӨЗ ҚОЛЫМЫЗБЕН ЦИФРЛЫ РАДИОҚАБЫЛДАҒЫШ ҚҰРАЛЫН ҚҰРАСТЫРУ

Куанышбаева Н.К.
Ө.Сұлтанғазин атындағыҚостанай Мемлекеттік Педагогикалық Университеті
Физика мамандығының 4 курс студенті

Ғылыми жетекші:Касымова А.Г.
Ө.Сұлтанғазин атындағы Қостанай Мемлекеттік Педагогикалық Университеті
Ф.м.-ғ.к. ,физика-математикалық пәнер кафедрасының доценті

Аннатоция
Бұл мақалада заман талабына сай өз қолымызбен цифрлы радиоқабылдағыш құрылғысын құрастыру жөнінде қарастырылған. FM радиоқабылғашын ардуино құрылғысы арқылы қалай құрастыруға болатынын және қандай жиілік диапозонын қабылдайтыны жайлы анықтамалар беріледі.Қазіргі уақытта Ардуино құрылғысы ең алдыңғы қатардағы құрылғы болғандықтан және радиоқабылдағыш құрылғысыныңда заман талабына сай алдыңғы қатардағы құрылғыболуы үшін екі құрылғы біріктіре отырып цифрлы радиоқабылдағыш құрылғысын құрастыру болып отыр.

Аннатоция
В этой статье рассказывается, как построить цифровое радио своими руками в соответствии с современными требованиями. Предоставляется информация о том, как настроить FM-радио с помощью устройства Arduino и какой частотный диапазон он получает.В настоящее время устройство Ардуино является самым передовым устройством и является сборкой цифрового радиоприемного устройства, объединяющего два устройства для передней установки радиоприемного устройства в соответствии с современными требованиями.

Annotation
This article explains how to build a digital radio with your own hands in accordance with modern requirements. Information is provided about how to set up an FM radio using an Arduino device and what frequency range it receives. At present, the Arduino device is the most advanced device and is a digital radio receiver Assembly that combines two devices to front-mount the radio receiver in accordance with modern requirements.

Түйінсөздер:цифрлы радиоқабылдағыш, ардуино, аналогті және цифрлы радиоқабылдағыш , радиотолқындар.
Ключевые слова:цифровой радиоприемник, ардуино, аналоговый и цифровой радиоприемник, радиоволн
Key words:digital radio receiver, Arduino, analog and digital radio receiver, radio waves