Жел энергиясының артықшылықтары мен кемшіліктері тең емес, оң қасиеттері көбірек, ал жел энергетикасын дамыту бойынша қазіргі заманғы үрдістер мен бағыттарды ескере отырып, оның маңыздылығы айқын.

Бүкіл әлем экологияны жақсарту және баламалы энергия көздеріне көшу бағытын қабылдады. Әрине, бұл жел энергетикасының дамуына серпін берді, АҚШ-та тек 2008 жылы жел шығаратын барлық қуаттың 32% - ы іске қосылды. Ал көшбасшы Қытай болып табылады,ол жыл сайын қуатты жел электр станцияларын салуда.

Жел энергетикасында болашақта артықшылықтары бар және іс жүзінде кемшіліктері жоқ. Жел энергетикасының артықшылықтарын көрсететін шағын мысал келтіреміз. Қуаты 1 МВт жел станциясы жиырма жыл ішінде 29 мың тоннадан астам әлемдік көмір немесе 92 мың баррельге тең мұнай үнемдейді. Бұл өте маңызды, өйткені планетаның ресурстары шексіз емес және қазба жақын арада аяқталады.

Әлемнің ғалымдары жел энергиясын жақсарту және жетілдіру бойынша жұмыс істейді,сондықтан олардың кемшіліктері азырақ болады. Үкімет жел энергетикасын дамытуды жан-жақты қолдайды, бұл ғылыми серпіліске әкеледі. Жел энергетикасының артында біздің ғаламшарымыздың болашағы және энергия көздерінің қазбаларынан тәуелсіздігі тұр, бұл олардың жетіспеуі дағдарысын жеңуге мүмкіндік береді.

Әдебиеттер тізімі

1.Койшиев Т.К. Қайта жаңғырылатын энергия көздері. – Алматы: 2001.– 41 б.

2. Баланчевадзе В. И., Барановский А. И. и др.; Под ред. А. Ф. Дьякова. Энергетика сегодня и завтра. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 344 с.

3. Шефтер Я.И. Использование энергии ветра 2 издание.., перераб, и доп. Энергоатомиздат.

4. Юдасин Л. С.. Энергетика: проблемы и надежды. – М.: Просвещение, 1990. – 207с.

УНИТАРЛЫҚ КЕҢІСТІКТЕГІ СЫЗЫҚТЫ ОПЕРАТОРЛАР

Есекен А.Қ
Ө.Сұлтанғазин атындағы Қостанай Мемлекеттік Педагогикалық Университеті, Қостанай қаласы

Ғылыми жетекшісі: Асканбаева Г.Б.
Ө.Сұлтанғазин атындағы Қостанай Мемлекеттік Педагогикалық Университеті, Қостанай қаласы

Аннотация

Сызықтық алгебра - векторларды, векторлық кеңістіктерді, сызықтық бейнелеулерді және сызықтық теңдеулер жүйесін зерттейтін алгебраның маңызды бір бөлігі. Векторлық кеңістіктер математикада және оның қолданбалы қосымшаларында кездеседі. Сызықтық алгебра абстрактілі алгебра мен функционалдық талдауда кеңінен қолданылады және жаратылыстану ғылымдарында да қолданылады.

Түйін сөздер:евклидтік кеңістік, унитарлық кеңістік, ортогональды жүйе, ортагональды базис, ортонормаланған жүйе, ортонормаланған базис, ортогональды толықтыру, операторлар, түйіндес операторлар, өз-өзіне түйіндес операторлар, симметриялы, эрмитовты, унитарлы, қалыпты операторлар.

Annotation

Linear algebra is an important part of algebra that studies vectors, vector spaces, linear maps, and systems of linear equations. Vector spaces are found in mathematics and its applications. Linear algebra is widely used in abstract algebra and functional analysis and is applied in the natural Sciences.

Keywords: euclidean spaces, unitary spaces, orthogonality, orthogonal basis, orthogonalization process, orthonormal basis, orthogonal complement, operators, adjoint operator, self-adjoint operators, symmetric, Hermitian, unitary, normal.

Аннотация

Линейная алгебра - важная часть алгебры, изучающая векторы, векторные пространства, линейные отображения и системы линейных уравнений. Векторные пространства встречаются в математике и ее прикладных приложениях. Линейная алгебра широко используется в абстрактной алгебре и функциональном анализе и применяется в естественных науках.

Ключевые слова: евклидовы пространства, унитарны пространства, ортогональность, ортогональный базис, процесс ортогонализации, ортонормированный базис, ортогональное дополнение, операторы, сопряженный оператор, самосопряженный операторы, симметрический, эрмитовый, унитарный, нормальный.

Бұл мақалада евклидтік кеңістік пен унитарлық кеңістіктің айырмашылығы мен ұқсастығы талданды. Мақалада келесі сұрақтар қарастырылды:

– Евклидтік және унитарлық кеңістіктердің негізгі анықтамалары;
– Евклидтік және унитарлық кеңістіктердің айырмашылықтары мен ұқсастығы;
– Евклидтік және унитарлық кеңістіктер бойынша есептерді шешу жолдары.

XX ғасырдың басында Вейльжәне фон Нейман кванттық механиканың сұраныстарына сүйене отырып, векторлық және евклидтік кеңістіктің аксиоматикалық анықтамасын нақты тұжырымдады. [2,315]

Айталық, n -өлшемді нақты X_n сызықтық кеңістікте векторлардың скалярлық көбейту операциясы анықталсын.

Егер x және y векторларының кез-келген жұбына X_n-де анықталған нақты сан сәйкестендірілсе, онда X_n -де x және y векторларының скаляр көбейтіндісі анықталады және (x, y)символымен белгіленеді. Ол келесі формуламен анықталады:

$$(x, y) = |x| \cdot |y| \cdot \cos \varphi$$

Скаляр көбейтінді анықталған n-өлшемді сызықтық кеңістігі n-өлшемді евклидтік кеңістік деп аталады және E_n арқылы белгіленеді. [1,101]

X_n комплексті сызықтық кеңістік берілсін. Айталық, X_n комплексті сызықтық кеңістікте векторлардың скалярлық көбейту операциясы анықталсын.

Егер x және y векторларының кез-келген жұбына X_n -де анықталған комплекс сан сәйкестендірілсе, онда X_n -де x және y векторларының скаляр көбейтіндісі анықталады және (x, y)символымен белгіленеді. Ол келесі формуламен анықталады:

$$(x, y) = |x| \cdot |y| \cdot \cos \varphi$$

Скаляр көбейтінді анықталған n-өлшемді комплексті сызықтық кеңістік n-өлшемді унитарлық кеңістік деп аталады және U_n арқылы белгіленеді. [3,146]

Унитарлық кеңістікті евклидтік кеңістіктерімен салыстыра отырып, бірінші ерекшелік векторлық кеңістікте анықталған сандар өрісі болып табылады. Егер векторлық кеңістік нақты сандар өрісінде анықталса, онда евклидтік кеңістіктер деп аталады, ал комплекстік сандар өрісінде анықталса унитарлық кеңістіктер анықталады.

Келесі ерекше назар аударатын маңызды айырмашылық – скаляр көбейтінді. Евклидтік кеңістікте скаляр көбейтінді келесідей

$(x, y) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \beta_i$, мұндағы $x = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_i), y = (\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_i)$ анықталса, ал унитарлық кеңістікте скаляр көбейтінді

$(x, y) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \overline{\beta_i}$, мұндағы $x = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_i), y = (\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_i)$анықталады.[3,157]

Бұл айырмашылық унитарлық және евклидтік кеңістіктерінде маңызды рөл атқарады.

Евклидтік кеңістіктегі векторлар арасындағы бұрыш анықталады:

$\cos\varphi = \frac{(x,y)}{|x|\cdot|y|}$, мұндағы $x, y \in E_n, 0 \le \varphi \le \pi$[3,148]

Унитарлық кеңістіктерде евклидтік кеңістіктерінен өзгеше, векторлар арасындағы бұрыш сияқты ұғым енгізілмейді, яғни евклидтік кеңістікте векторлар арасындағы бұрыш табылады, ал унитарлық кеңістікте керісінше векторлар арасындағы бұрыш табылмайды.

Унитарлық кеңістік пен евклидтік кеңістікте вектор ұзындығы, векторлардың ортогональдығы, вектордың нормаланғандығы, векторлардың ортогональды және ортонормаланған жүйелері, сондай-ақ ортогональды және ортонормаланған базистер және т.б. анықтамалар мен пайымдаудың жалпы сызбасы бірдей болады. Яғни евклидтік кеңістік пен унитарлық кеңістіктің ұқсастығы*«Кесте 1»* көрсетілді.

Вектордың ұзындығы $x \in E_n$ $(x \in U_n)$: $$\lvert x\rvert = \sqrt{(x, x)}.$$ x және y векторлары евклидтік немесе унитарлық кеңістікте ортогональды деп аталады, яғни $x \perp y$, егер келесі шарт орындалса: $(x, y) = 0$.
$a_1, a_2, \ldots, a_k$ нөлдік емес векторлар жүйесі евклидтік немесе унитарлық кеңістікте ортогональды жүйе деп аталады, егер осы векторлар жүйесі қос-қостан ортогональды болса: $(a_i, a_j) = 0$, мұндағы $i, j \le k$ және $i \ne j$
$e_1, e_2, \ldots, e_n$ кейбір базис евклидтік немесе унитарлық кеңістікте ортогональды базис деп аталады, егер оның векторлары қос-қостан ортогональды болса.
Вектор x вектор евклидтік немесе унитарлық кеңістікте нормаланған деп аталады, егер $\lvert x\rvert = 1$ немесе келесі шартқа тең болса: $$(x, x) = 1.$$
Векторлар жүйесі евклидттік немесе унитарлық кеңістікте ортонормаланған жүйе деп аталады, егер ол ортогональды және оның әрбір векторы нормаланған болса.
Егер векторлар жүйесі ортогональды, нормаланған вектор және евклидтік немесе унитарлық кеңістікте базис болып табылса, онда осы жүйені евклидтік немесе унитарлық кеңістіктегі ортонормаланған базис деп аталады.
L ішкі кеңістіктің ортогональды векторлар жиынтығы болса L ішкі кеңістікке ортогональды толықтыру деп аталады және $L^{\perp}$ белгіленеді. Евклидтік немесе унитарлық кеңістіктің ішкі кеңістігі $L^{\perp}$ ортогональды толықтыру болып табылады. Евклидтік немесе унитарлық кеңістікте кез-келген $L^{\perp}$ ортогональды

толықтырудың және L ішкі кеңістігінің жиынтығы бар.

«Кесте 1»

Операторларға келетін болсақ, евклидтік кеңістіктерінде түйіндес, симметриялы (өз-өзімен түйіндес) және ортогональды операторлар қарастырылады, ал унитарлық кеңістіктерде түйіндес, эрмитов (өз-өзімен түйіндес), унитарлы және қалыпты операторлар қарастырылады.

φ сызықты оператор E_n евклид кеңістігінде φ^* түйіндес оператор деп аталады, егер E_n евклидтік кеңістікте кез-келген x және y векторлары үшін келесі теңдік орындалса:

$$(\varphi x, y) = (x, \varphi^* y).$$

φ сызықтық оператор E_n евклидтік кеңістікте өз-өзіне түйіндес (симметриялы) деп аталады, егер E_n евклидтік кеңістікте кез-келген x және y векторлары үшін теңдік орындалса:

$(\varphi x, y) = (x, \varphi y), \forall x, y \in E_n$

E_n евклидтік кеңістікте өз-өзіне түйіндес (симметриялы) оператор меншікті векторынан ортонормаланған базис құруға болады. Сол ортонормаланған базисте өз-өзіне түйіндес(симметриялы) оператордың матрицасы бар болып табылады.

Егер кез-келген x және y векторларының скаляр көбейтіндісі сақталса, яғни теңдік

$$(\varphi x, \varphi y) = (x, y);\ \forall x, y \in E_n$$

орындалатын болса, онда евклидтік кеңістікте φ сызықтық оператор ортогональды деп аталады. E_n евклидтік кеңістікте ортонормаланған базисте ортогональды оператордың ортогональды матрицасы бар.[3,152]

Унитарлық кеңістікті қарастырайық.

φ^* сызықты оператор U_n унитарлық кеңістігінде φ эрмитов түйіндес операторы деп аталады, егер U_n унитарлық кеңістіктен кез-келген x және y векторлары үшін теңдік орындалса:

$(\varphi x, y) = (x, \varphi^* y).$

Егер ол өзінің түйіндес операторымен сәйкес келсе, яғни егер $\varphi = \varphi^*$ немесе кез-келген x және y векторлары үшін

$$(\varphi x, y) = (x, \varphi y), \forall x, y \in U_n$$

орындалса, онда φ сызықтық оператор U_n унитарлық кеңістікте өз-өзіне түйіндес(эрмитовты) деп аталады.

Унитарлық кеңістікте φ сызықтық оператор унитарлы деп аталады, егер кез-келген x және y векторларының скаляр көбейтіндісі сақталса, яғни теңдік орындалса:

$$(\varphi x, \varphi y) = (x, y)\ , \forall x, y \in U_n$$

U_n унитарлық кеңістікте ортонормаланған базисте унитарлы оператордың унитарлы матрицасы бар.

φ сызықтық оператор қалыпты деп аталады, егер ол өз-өзіне түйіндесуімен орын алса, яғни егер $\varphi\varphi^* = \varphi^*\varphi$.

Унитарлық кеңістіктегі қалыпты оператордың негізгі қасиеті осы кеңістікте осы оператордың меншікті векторларынан тұратын ортонормаланған базис бар болуында. Егер унитарлық кеңістікте оператордың меншікті векторларынан тұратын базис болса, онда бұл оператор қалыпты.

Егер φ оператор — қалыпты болса, онда φ оператордың меншікті векторларының кез-келген ортонормаланған жүйесі φ^* *оператордың меншікті векторларының ортонормаланған жүйесі* болып табылады және керісінше.

Қалыпты операторлардың мысалдары эрмитовты және унитарлы операторлар болып табылады.

Енді осы тақырыпты қорыта келе мысал келтірейік.

МЫСАЛ.Мына векторлар

$$\overline{a_1}=(1,i,i),\overline{a_2}=(i,i,i),\overline{a_3}=(i,0,i),$$

ортонормаланған базисте координаталармен берілген деп есептей отырып, векторлар жүйесін ортонормалау керек.

Шешуі:Алдымен векторлардың осы жүйесінен ортогонализациялау процесін жүргіземіз. $\overline{b_1}=\overline{a_1},\overline{b_2}=\alpha_1\overline{b_1}+\overline{a_2}$ орнына қойып және шарт бойынша α_1 табамыз

$$\left(\overline{b_2},\overline{b_1}\right)=\left(\alpha_1\overline{b_1}+\overline{a_2},\overline{b_1}\right)=\alpha_1\left(\overline{b_1},\overline{b_1}\right)+\left(\overline{a_2},\overline{b_1}\right)=0.$$

Онда аламыз

$$\overline{\alpha_1}=-\frac{\left(\overline{a_2},\overline{b_1}\right)}{\left(\overline{b_1},\overline{b_1}\right)}=-\frac{i\cdot\bar{1}+i\cdot\bar{\imath}+i\cdot\bar{\imath}}{|1|^2+|i|^2+|i|^2}=\frac{-2-i}{3}.$$

Сондықтан

$$\overline{b_2}=\frac{-2-i}{3}(1,i,i)+(i,i,i)=\left(\frac{-2+2i}{3},\frac{1+i}{3},\frac{1+i}{3}\right).$$

Егер α_1 шарттан іздесе

$$\left(\overline{b_1},\overline{b_2}\right)=\left(\overline{b_1},\alpha_1\overline{b_1}+\overline{a_2}\right)=\alpha_1\left(\overline{b_1},\overline{b_1}\right)+\left(\overline{b_2},\overline{a_2}\right)=0,$$

онда алдымен α_1 табылар еді.

Енді $\overline{b_3}=\beta_1\overline{b_1}+\beta_2\overline{b_2}+\overline{a_3}$ орнына қойып және шарттан β_1,β_2 іздейміз

$$\left(\overline{b_3},\overline{b_1}\right)=\beta_1\left(\overline{b_1},\overline{b_1}\right)+\left(\overline{a_3},\overline{b_1}\right)=0,$$
$$\left(\overline{b_3},\overline{b_2}\right)=\beta_2\left(\overline{b_2},\overline{b_2}\right)+\left(\overline{a_3},\overline{b_2}\right)=0.$$

Осыдан аламыз

$$\beta_1=-\frac{\left(\overline{a_3},\overline{b_1}\right)}{\left(\overline{b_1},\overline{b_1}\right)}=-\frac{i\cdot\bar{1}+0\cdot\bar{\imath}+i\cdot\bar{\imath}}{|1|^2+|i|^2+|i|^2}=\frac{-1-i}{3}.$$

$$\beta_2=-\frac{\left(\overline{a_3},\overline{b_2}\right)}{\left(\overline{b_2},\overline{b_2}\right)}=-\frac{i\cdot\frac{-2-2i}{3}+i\cdot\frac{1-i}{3}}{\left|\frac{-2+2i}{3}\right|^2+\left|\frac{1+i}{3}\right|^2+\left|\frac{1+i}{3}\right|^2}=\frac{-3+i}{4}.$$

Сондықтан

$$\overline{b_3}=\frac{-1-i}{3}(1,i,i)+\frac{-3+i}{4}\left(\frac{-2+2i}{3},\frac{1+i}{3},\frac{1+i}{3}\right)+(i,0,i)=\left(0,-\frac{i}{2},\frac{i}{2}\right).$$

Егер $\beta_1,\beta_2\left(\overline{b_1},\overline{b_3}\right)=0,\left(\overline{b_2},\overline{b_3}\right)=0$ шарттан іздесек, онда алдымен β_1,β_2 табылар еді.

$\overline{b_1},\overline{b_2},\overline{b_3}$ векторлар жүйесі ортогональды. Осы жүйенің әрбір векторын нормалаймыз:

$$\overline{b_1^0}=\frac{\overline{b_1}}{\left|\overline{b_1}\right|}=\frac{\overline{b_1}}{\sqrt{\left(\overline{b_1},\overline{b_1}\right)}}=\frac{\overline{b_1}}{\sqrt{|1|^2+|i|^2+|i|^2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\overline{b_1}=\frac{1}{\sqrt{3}}(1,i,i),$$

$$\overline{b_2^0}=\frac{\overline{b_2}}{\left|\overline{b_2}\right|}=\frac{\overline{b_2}}{\sqrt{\left(\overline{b_2},\overline{b_2}\right)}}=\frac{\overline{b_2}}{\sqrt{\left|\frac{-2+2i}{3}\right|^2+\left|\frac{1+i}{3}\right|^2+\left|\frac{1+i}{3}\right|^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\overline{b_2}=$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{2}(-2+2i,1+i,1+i),$$

$$\overline{b_3^0}=\frac{\overline{b_3}}{\left|\overline{b_3}\right|}=\frac{\overline{b_3}}{\sqrt{\left(\overline{b_3},\overline{b_3}\right)}}=\frac{\overline{b_3}}{\sqrt{\left|\frac{-i}{2}\right|^2+\left|\frac{i}{2}\right|^2}}=\sqrt{2}\overline{b_3}=\frac{1}{\sqrt{2}}(0,-i,i).$$

Қорытынды

Бұл жұмыста евклидтік және унитарлық кеңістіктердің негізгі анықтамалары, евклидтік және унитарлық кеңістіктердің айырмашылықтары мен ұқсастығын көрсетілді.

Унитарлық кеңістікті евклидтік кеңістіктерімен салыстыра отырып, негізгі ерекшелік векторлық кеңістік анықталған сандар өрісі болып табылды. Яғни евклидтік кеңістіктер векторлық кеңістік нақты сандар өрісінде анықталса, ал унитарлық кеңістікте комплекстік сандар өрісінде анықталды.

Жұмыста евклидтік және унитарлық кеңістіктердің негізгі ұғымдары(вектор ұзындығының ұғымдары, векторлардың ортогональдығы, векторлардың ортогональды және ортонормаланған жүйелері, сондай-ақ ортогональды және ортонормаланған базистер және т.б. анықтамалар), сондай-ақ сызықтық оператордың маңызды түсінігі, берілген кеңістіктегі операторлармен байланысы және операторлардың маңызды түрлері (түйіндес, унитарлы және эрмитовтар) қарастырылды.

Бұл ретте евклидтік кеңістіктерде, өз-өзімен түйіндес (симметриялы) оператор симметриялы матрицаға ие, ал унитарлық кеңістіктерде, өз-өзімен түйіндес (эрмитов) оператор эрмитов матрицаға ие. Евклидтік кеңістіктеріндегі ортогональды оператор ортогональды матрицаға ие, ал унитарлық кеңістіктердегі унитарлы оператор унитарлы матрицаға ие екені анықталды.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Варпаховский Ф.Л., Солодовников А.С., Стеллецкий И.В. Алгебра – М.: Просвещение, 1978.-143с.
2. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. – М.: Наука, 1970 – 402с.
3. Шевцов Г.С. Линейная алгебра - М.: Гардарики, 1999.-359с.

АЛГЕБРА САБАҚТАРЫНДА «КЕРІ ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ ФУНКЦИЯЛАР» ТАҚЫРЫБЫН ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ.

Ертаева Сымбат
Ө. Сұлтанғазин атындағы Қостанай Мемлекеттік Педагогикалық Университеті
Қостанай қаласы

Ғылыми жетекші: Асканбаева Г.Б.
Ө. Сұлтанғазин атындағы Қостанай Мемлекеттік Педагогикалық Университеті
Қостанай қаласы

Аннотация

Кері тригонометриялық функцияларды зерттеу элементар математика бөліміндегі маңызды материалдардың бірі. Аталған тақырыпты оқушылар жақсы меңгерсе, онда оқушыларда тригонометриялық теңдеулер мен тригономериялық теңсіздіктер тақырыбын оқытуда, есептерді шығаруда қиындық туындамайды. Сондықтан, математиканы тереңдетіп оқытатын сыныптарда кері тригонометриялық функцияларды зерттеу әдістемесін құру және зерттеу өзекті болып табылады.

Түйін сөздер: Кері тригонометриялық функциялар, арккосинус, арксинус, арктангенс, арккотангенс функциялары.

Annotation

The study of inverse trigonometric functions is one of the important materials of elementary mathematics. If this topic is well understood by students, then students do not have difficulties in studying the topic of trigonometric equations and trigonometric inequalities, solving problems.