

қорғау қабілеті. Қазіргі уақытта оқушылардың кәсіби құзыреттілігін арттырудың басты әдістерінің бірі компьютерлік технологияларды қолдану болып табылады.

Жоба – бұл білім берудің ерекше философиясы: бүгінгі күннің мектебімен қабылданған мақсаттар мен қызмет, нәтижелер мен жетістіктер философиясы, өйткені мәдениеттің құндылықтық-мағыналық негіздерін және іскерлікпен әлеуметтендіру процесін үйлесімді біріктіруге мүмкіндік береді.

Әдебиеттер тізімі:

1. Койшиев Т.К. Қайта жаңғырылатын энергия көздері. – Алматы: 2001.
2. Бекман У., Клейн С., Даффи Дж. Расчет солнечного теплоснабжения. – М.: Энергоиздат, 1982.
3. Бычков А. В. Метод проектов в современной школе. – М., 2000.
4. Саломатова О.С. Становление коммуникативной компетентности школьников в ходе проектно-исследовательской деятельности / О.С. Саломатова // Начальная школа. – 2007. - №7. - с.40-43.
5. Сибикин Ю.Д., Сибикин М.Ю. Технология энергосбережения. Учебник. – М.: Форум-Инфра-М, 2006.

## **ВЗАИМОСВЯЗЬ ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ КУРОША С ТЕОРЕМОЙ ШИРШОВА**

Ахметова Г.С.

Костанайский Государственный Педагогический Университет  
им. У.Султангазина, г.Костанай

Научный руководитель: Демисенов Б.Н.

Костанайский Государственный Педагогический Университет  
им. У.Султангазина, г.Костанай

Аннотация: осы мақаланың зерттеу тақырыбы Ширшовтың биіктік және Курош мәселелер теоремаларының өзара байланысы туралы. Курош мәселелерінің шешімі биіктік туралы теоремадан туындайды. Негізгі нәтижелер өнімділігі алгебралық теңдіктің басты назарында болып орналасу көмегімен анықталады.

Түйінді сөздер: Курош мәселелері, Ширшов теоремасы, ассоциативті алгебра, жергілікті алгебра.

Аннотация: в данной статье предметом исследования работы является взаимосвязь теоремы Ширшова о высоте и проблемы Куроша. Из теоремы о высоте следует решение проблемы Куроша. В центре внимания находится тождество алгебраичности, с помощью которого и получаются основные результаты.

Ключевые слова: проблема Куроша, теорема Ширшова, ассоциативная алгебра, локально конечная алгебра.

Annotation: in this article, the subject of the research is the relationship between Shirshov's height theorem and Kurosh's problem. Solving the Kurosh's problem follows from the height theorem. The focus is on the identity of algebraicity, with the help of which the main result are obtained.

Keywords: Kurosh's problem, Shirshov's theorem, associative algebra, locally finite algebra.

Теорема 1. Пусть  $R$  –  $PI$ -алгебра над полем  $F$  и  $S$  – ниль-подполугруппа  $\langle R, \cdot \rangle$  такая, что  $R = F[S]$ . Тогда  $R$  – локально нильпотентная алгебра.

Из данной теоремы следует, что:

- 1) если  $R$  – ниль-алгебра над полем  $F$ , удовлетворяет тождеству. То  $R$  – локально нильпотентная алгебра. (При  $S=R$ )
- 2) если алгебра  $R$  удовлетворяет тождеству  $x^n = 0$ . То  $R$  является локально нильпотентной алгеброй.

Пусть  $R$  – алгебра над полем  $F$ . Элемент  $a \in F$  является алгебраическим над полем  $F$ , если найдется ненулевой многочлен  $f(t) \in F[t]$  так, что  $f(a) = 0$ .  $R$  является алгебраической алгеброй тогда, когда любой ее элемент является алгебраическим.  $R$  является локально конечной алгеброй тогда, когда любая ее конечно порожденная подалгебра является конечномерной.

Всякая ли алгебраическая алгебра будет являться локально конечной? – формулировку данной проблемы дал А. Курош в 1941 году.

Для того, чтобы перейти к положительному решению проблемы А. Куроша, рассмотрим следующую теорему.

Теорема 2. Пусть  $R$  – ассоциативная алгебра над полем  $F$ , удовлетворяющем полилинейному тождеству степени  $d$

$$f = x_1 x_2 \dots x_d + \sum_{(i) \neq (1)} \alpha_{(i)} x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_d} = 0$$

Пусть  $R = F[S]$  порождается полугруппой  $\langle S, \cdot \rangle$ , любой элемент которой является алгебраическим над  $F$ . То  $R$  называется локально конечной алгеброй, если любая ее конечно порожденная подалгебра является конечномерной.

Отсюда вытекают два следствия:

- 1) пусть  $R$  – алгебраическая алгебра над полем, удовлетворяющим полилинейному тождеству вида

$$f = x_1 x_2 \dots x_d + \sum_{(i) \neq (1)} \alpha_{(i)} x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_d} = 0,$$

то  $R$  – локально конечная алгебра.

- 2) если  $R$  – ассоциативная алгебра над полем  $F$ , которое удовлетворяет тождеству и содержит единицу. Если  $G$  – периодическая группа, вложимая в  $\langle R, \cdot \rangle$ , то  $G$  локально конечная группа.

Перейдем к так называемой "теореме о высоте".

Теорему о высоте А.И. Ширшов в 1958 году доказал с помощью комбинаторных методов. Из теоремы А.И. Ширшова о высоте следует решение проблемы Куроша для ассоциативных PI-алгебр в усиленной форме, т.е. требование алгебраичности алгебры заменяется на требование алгебраичности слов от порождающих длины менее степени тождества в алгебре, а требование конечности отбрасывается.

Теорема 3. (А.И.Ширшов).

Пусть  $R$  – ассоциативная алгебра над полем  $F$ , удовлетворяющая полилинейному тождеству степени  $n$ , и  $a_1, \dots, a_k \in R$ . Тогда существует натуральное число  $h = h(n, k)$  такое, что произвольное слово  $\omega$  от  $\{a_1, \dots, a_k\}$  представимо в виде линейной комбинации

$$\omega = \sum \alpha v_1^{k_1} v_2^{k_2} \dots v_h^{k_h}$$

где  $\alpha \in F$ ,  $v_i$  – слова от  $\{a_1, \dots, a_k\}$  длины  $\leq n$  (включая пустое слово) и каждое слагаемое правой части имеет одинаковый состав с  $\omega$ .

Следствие 3.1. Пусть  $R = F\langle a_1, \dots, a_k \rangle$  –  $k$ -порожденная алгебра над полем  $F$ , удовлетворяющая тождеству степени  $n$ . Если существует натуральное число  $m$  такое, что каждое слово  $v$  от  $\{a_i\}$  длины  $\leq n$  нильпотентно индекса  $m$ , то есть  $v^m = 0$ , то  $R$  – нильпотентная алгебра индекса не более

$$n(m-1)h(n, k) + 1$$

Действительно, пусть  $\omega$  – слово длины  $n(m-1)h(n,k) + 1$  от образующих  $\{a_1, \dots, a_k\}$ . По теореме о высоте,  $\omega$  является линейной комбинацией слов вида  $v_1^{k_1} \dots v_h^{k_h}$ , имеющих тот же состав, что и  $\omega$ . Если  $k_i \geq m$ , то по условию  $v_i^{k_i} = 0$ . Следовательно, если  $\omega \neq 0$ , то в одном из слагаемых указанного вида

$$k_1 \leq (m-1), \dots, k_h(m-1)$$

откуда следует, что его длина  $\leq n(m-1)h$ . Противоречие.

Следствие 3.2. Пусть  $R = F\langle a_1, \dots, a_k \rangle$  –  $k$ -порожденная алгебра, удовлетворяющая тождеству степени  $n$ . Если каждое слово  $\omega$  от  $\{a_1\}$  длины  $\leq n$  является алгебраическим элементом над  $F$ , то  $R$  – конечномерная  $F$ -алгебра.

Множество слов от  $\{a_i\}$  длины  $\leq n$  является конечным. Каждое такое слово  $v$  является алгебраическим, то есть  $\dim_F F[v] = m_v < \infty$ . Пусть

$$m = \max\{m_v | v \text{ – слово длины } \leq n \text{ от } \{a_1, \dots, a_k\}\}$$

По теореме Ширшова, векторное пространство  $R$  порождается элементами вида  $v_1^{k_1} \dots v_h^{k_h}$ , где  $v_i$  – слова от  $\{a_1, \dots, a_k\}$  длины  $\leq n$ . Так как векторы  $v_i, v_i^2, \dots, v_i^{m+1}$  являются линейно зависимыми, то можно считать, что  $k_1 \leq m, \dots, k_h \leq m$ . Таким образом,  $R$  – конечнопорожденное векторное пространство и  $\dim_F R < \infty$ .

Список литературы:

1. Ю.Н. Мальцев, Е.В. Журавлев: Лекции по теории ассоциативных колец. Барнаул, 2014
2. М. И. Харитонов (г. Москва): ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК, Том 15 Выпуск 4 (2014). Оценки, связанные с теоремой Ширшова о высоте;
3. ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК, Том 18 Выпуск 1
4. САМОЙЛОВ Л.М.: Первичные многообразия ассоциативных алгебр и связанные с ними нильпроблемы, Москва – 2011.

## МОЛЕКУЛАЛЫҚ ФИЗИКА ЕСЕПТЕРІ БОЙЫНША КОМПЬЮТЕРЛІК МОДЕЛЬДЕУ

Әбдіхамит А.Қ.

Ө. Сұлтанғазин атындағы Қостанай мемлекеттік педагогикалық университеті,  
Физика мамандығының 4 курс студенті

Касымова А.Г.,

Ө. Сұлтанғазин атындағы Қостанай мемлекеттік педагогикалық университеті,  
ф.м.-ғ.к., физика-математикалық пәндер кафедрасының доценті

Аңдатпа

Қазіргі уақытта білім беруде MathCAD, Maple, MATLAB Mathematica және т.б. типті компьютерлік модельдерді құруға арналған бағдарламалық орталар кеңінен қолданылады. Осы аталған бағдарламалық орталарда Максвеллдің таралуын моделдеу және «броундық қозғалысын» тік бұрыштың ішіндегі компьютерлік модельдеуді қарастырдым.

Кілтті сөздер: модель, компьютерлік модельдер, молекулалық физика, физикалық есептер, бағдарламалық орталар.