Определение. Краевая задача (1)-(3) называется корректно разрешимой в широком смысле [6], если для любых $f(x,t), d(x), \Psi(t)$ она имеет единственное решение $u(x,t) \in C(\overline{\Omega}, R^n)$ и для него справедлива оценка

$$\max\left(\|u\|_0, \left\|\frac{\partial u}{\partial x}\right\|_0\right) \le \overline{K} \max\left(\|f\|_0, \|d\|_1, \|\Psi\|_2\right),$$

где $\overline{K} = const$ не зависит от $f(x,t)$, $d(x), \Psi(t)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нахушев А.М.* Задачи со смещением для уравнений в частных производных. М., 2006. 287с.
2. *Пташник Б.И.* Некорректные граничные задачи для дифференциальных уравнений с частными производными. Киев, 1984. 264с.
3. *Асанова А.Т., Джумабаев Д.С.* Корректная разрешимость нелокальных краевых задач для систем гиперболических уравнений //Дифференциальные уравнения. 2005. – Т.41. – №3. – С.337-346.
4. *Джумабаев Д.С.* Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения //Ж. вычислительной математики и математической физики 1989. – Т.29. №1. – С.50-66.
5. *Abdikalikova G.A.* On Solvability Non-local boundary Value Problem for System of the Equations in partial derivative // Abstracts of the Third Congress of the World Mathematical Society of Turkic Countries, Almaty, 2009, pp.147.
6. *Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н.* Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М., 1968. – 592с.

О МНОГОПЕРИОДИЧЕСКОМ РЕШЕНИИ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

ABOUT MULTIPERIODIC SOLUTION OF ONE A NONLINEAR SYSTEM OF EQUATIONS IN PARTIAL IN DERIVATIVE

Абдикаликова Г.А., Наурызова Н. К.

Актюбинский государственный университет им. К.Жубанова, г. Актобе, Казахстан

Разрешимость систем гиперболических уравнений первого порядка исследована многими авторами, отметим [1-3].

В статье [4] исследовано существование единственного решения в широком смысле периодической задачи для гиперболической системы уравнений в частных производных первого порядка, приведенной к каноническому виду.

В монографии [5] исследован вопрос о существовании и единственности почти периодического решения нелинейных систем уравнений в частных производных с одинаковой главной частью.

Рассмотрим нелинейную систему уравнений

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k \frac{\partial u}{\partial x_k} = Au + f(t,x) + \mu Q(t,x,u), \tag{1}$$

где $u(t,x)$ - искомый $n-$ вектор-столбец; Λ_k, A - постоянные $(n \times n)$ - матрицы; $f(t,x)$-известная $n-$вектор-функция на E_{1+n}, E_n - $n-$ мерное вещественное евклидово пространство векторов $x = (x_1,...,x_n)$, $(t,x) \in E_{1+n}$; $Q(t,x,u)$ - $n-$вектор-функция; $\mu > 0$ - малый параметр.

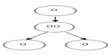
Если в системе дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка (1) постоянные $(n\times n)$ - матрицы Λ_k имеют вид $\Lambda_k = diag[a_k, a_k, ..., a_k]$, то получим систему с одинаковой главной частью по Куранту и систему (1) можно записать в виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n} a_k \frac{\partial u}{\partial x_k} = A(t,x)u + f(t,x).$$

Для системы с одинаковой главной частью по Куранту исследована нелокальная краевая задача в [6].

Пусть $H_h = \{u : \|u\| < h, h > 0\}$.

Предположим, что

1) вектор-функция $f(t,x)$, $(t,x)\in E_{1+n}$ многопериодична по t,x с вектор-периодом ; в области  - периодична по t,x равномерно относительно $u \in H_h$;

2) $f(t,x)$ и $Q(t,x,u)$ удовлетворяют равномерному условию Гельдера по x с показателем $\alpha \in (0,1)$, а $Q(t,x,u)$ - также условию Липшица по u:

$$\|Q(t,\bar{x},\bar{u}) - Q(t,x,u)\| \le Q_1\left(\|\bar{x}-x\|^{\alpha} + \|\bar{u}-u\|\right),$$

где $\alpha \in (0,1)$, $Q_1 = const > 0$, $\bar{u}, u \in H_h$.

Совокупность условий i) - ii) назовем условием (i).

Целью работы является нахождение достаточных условий существования единственного (θ,ω)- периодического решения нелинейной системы (1).

Следуя работе [5] в системе (1) произведем замену

$$u = Tv, \qquad (2)$$

где T - постоянная неособая $(n\times n)$ - матрица; v - новый неизвестный $n-$вектор.

Тем самым имеем

$$T\frac{\partial v}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k T \frac{\partial v}{\partial x_k} = ATv + f(t,x) + \mu Q(t,x,Tv). \qquad (3)$$

Систему (3) умножив слева на T^{-1} получим

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^* \frac{\partial v}{\partial x_k} = A^* v + f^*(t,x) + \mu Q^*(t,x,v). \qquad (4)$$

Здесь $\Lambda_k^* = T^{-1}\Lambda_k T$, $A^* = T^{-1}AT$, $f^*(t,x) = T^{-1}f(t,x)$, $Q^*(t,x,v) = T^{-1}Q(t,x,Tv)$.

Таким образом, коэффициенты системы (1) с помощью матрицы преобразования T могут быть приведены к диагональным, жордановым или треугольным матрицам.

Заметим, что изучая вопрос о существовании и единственности многопериодического решения системы вида (1) с помощью характеристической функции и матрицанта предполагают, что матрицы Λ_k^* и A^* в системе (4) имеют одинаковую структуру.

Рассмотрим теперь класс $H^{\alpha}(E_{1+n})$ непрерывных вектор-функции $g(t,x) = (g_1(t,x), ..., g_n(t,x))$ (θ,ω)- периодических по t,x удовлетворяющих равномерному условию Гельдера по $x \in E_n$ с показателем $\alpha \in (0,1)$ и ограниченных по норме числом $\frac{h}{2}$.

В классе $H^{\alpha}(E_{1+n})$ определим оператор P, отображающий каждую вектор – функцию $g(t,x) \in H^{\alpha}(E_{1+n})$ в вектор – функцию

$$G_g(t,x) \equiv (\mathrm{P}g)(t,x) = \mu \int_{-\infty}^{t} U_1(s,t,x) Q^*(s, x_k - at + as, g(s, x_k - at + as))ds.$$

Теорема. *Если выполнены условия(i), то существует* $\mu > 0$ *такое, что при* $0 < \mu \leq \overline{\mu}$ *система (1) допускает единственное* (θ, ω) *- периодическое решение по* t, x *из класса* $H^{\alpha}(E_{1+n})$*, которое при* $\mu \to 0$ *сходится к многопериодическому решению порождающего уравнения.*

При доказательстве теоремы используется схема доказательства теоремы из [5]. По теореме Каччиополи – Банаха [7]в классе $H^{\alpha}(E_{1+n})$ существует единственная неподвижная точка $g^* = g^*(t,x)$ оператора P, удовлетворяющая условию

$$g^* \equiv (\mathrm{P}g^*)(t,x).$$

Тогда функция

$$u^{**}(t,x) = u^*(t,x) + g^*(t,x)$$

удовлетворяет системе (1) и является (θ, ω) - периодическим решением по t, x.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cesari L.* A boundary value problem for quasilinear hyperbolic systems. //Riv. math.Univ. Parma. 1974. – 3. №2. – P.107-131.
2. *Pucci P.* Problemi ai limiti per sistemi di equazioni iperboliche //Boll.Unione Mat. Ital. B. 1979. – 16. №5. – P.87-99.
3. *Bassanini P.* Iterative methods for quasilinear hyperbolic systems in the first canonic form //Appl. Anal. 1981. – 12. №2. – P.105-117.
4. *Жестков С.В.* О построении многопериодических решений полулинейных гиперболических систем уравнений в частных производных с помощью характеристик //Дифференц. уравнения. 1984. –Т.20. – №9. – С.1630-1632.
5. *Умбетжанов Д.У.* Почти периодические решения эволюционных уравнений. Алма-Ата: Наука, 1990. 184с.
6. *Abdikalikova G.* On solvability of the boundary value problem for system of the hyperbolic equations // International Scientific Conference Mathematical analysis, differential equations and their applications. Abstracts.Uzhgorod, Ukraine, 2006. – P.129.
7. *Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., 1968. 408 с.

ГОЛОМОРФНОСТЬ МНОГОПЕРИОДИЧЕСКОГО ПО ЧАСТИ ПЕРЕМЕННЫХ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ СИСТЕМЫ В ЧАСНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

MULTIPERIODIC SOLUTION OF SOME OF THE VARIABLES OF A NONLINEAR SYSTEM OF D-EQUATIONS

Бержанов А.Б., Кемаладинова У.,У.Мынбаева С.Т.

Актюбинский государственный университет им. К.Жубанова,г.Актобе, Казахстан

Получено достаточное условие существования и единственности многопериодического по части переменных, голоморфного относительно малого параметра решения, одной системы интегро-дифференциальных уравнений в частных производных

Рассмотрим систему D-уравнений

$$\begin{gathered} D_E x \equiv \frac{\partial x}{\partial t} + a(t,\varphi,\psi,\varepsilon)\frac{\partial x}{\partial \varphi} + b(t,\varphi,\psi,\varepsilon)\frac{\partial x}{\partial \psi} = \\ P(t,\varphi,\psi)x + \mu\left\{Q(t,\varphi,\psi,x,\mu) + \int_{+\infty}^{-\infty}\frac{R(t_1,t,\varphi,\psi,x(t_1,\varphi,\psi),\mu)\partial t_1}{1+(t-t_1)^2}\right\}, \end{gathered} \tag{1}$$