ЭМПИРИКАЛЫҚ ЗЕРТТЕУЛЕР
ЭМПИРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

ӘОЖ 517.9

Асқанбаева, Г.Б.
физика-математикалық пәндер
кафедрасының аға оқытушысы,
Ө. Сұлтанғазин атындағы ҚМПУ
Доспулова, У.К.
физика-математикалық пәндер
кафедрасының аға оқытушысы,
Ө. Сұлтанғазин атындағы ҚМПУ,
Қостанай, Қазақстан

СЫЗЫҚТЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН ОПЕРАЦИОНДЫҚ ӘДІСПЕН ШЕШУ

Түйін

Бұл мақалада сызықты дифференциалдық теңдеулер мен теңдеулер жүйесін операциондық әдіспен шешу жолдарының тиімді тәсілдері туралы жазылған. Сонымен қатар коэфициенттері тұрақты n-ші ретті сызықтық дифференциалдық теңдеулер мен олардың жүйелерін операциондық әдіспен шешу қарастырылған.

Кілт сөздер: *түпнұсқа, оригинал, дифференциалдық теңдеу, жүйелер.*

1 Кіріспе

Коэффициенттері тұрақты дифференциалдық теңдеулер мен теңдеулер жүйесін операциондық әдіспен шешу арқылы өзара әрекеттесетін материалдық нүктелер жүйесінің қозғалыс есептерін, материалдардың кедергісін және т.б. сипаттайды. Сызықтық дифференциалдық теңдеулер үшін бірқатар маңызды есептерге қарапайым дифференциалдық теңдеулер де кіреді. Осылайша, қарапайым сызықтық дифференциалдық теңдеулерді шешу инженерия, техника және математиканың қолданбалы есептерінің арасында маңызды орын алады.

Сызықтық дифференциалдық теңдеулерді операциондық әдіспен шешу әртүрлі ғылыми және техникалық есептерді шешу үшін кеңінен қолданылатын маңызды математикалық әдіс болып табылады.

Коэффициенті тұрақты 1-ші ретті дифференциалдық теңдеулерді бастапқы жағдайлармен жуықтап шешу идеясы ай қозғалысын зерттеуге байланысты 1768 жылы Эйлер алғаш рет ұсынған болатын.

Дифференциалдық теңдеулер физикадағы, техникадағы, экономикадағы, медицинадағы және т.б. көптеген процестерді сипаттайды. Мұндай теңдеулердің шешімін квадратураларда тек ерекше жағдайларда ғана табуға болады, сондықтан дифференциалдық теңдеулердің операциондық әдіспен шешу есебі өзекті болып табылады.

Оқу бағдарламасы бойынша коэффициенттері тұрақты біртекті сызықтық дифференциалдық теңдеулер жүйесінің шешімін табудың тұрақтыны вариациялау, белгісіздерді жою, анықталмаған коэффициенттер (Лагранж әдісі) әдістері қарастырылады, ал операциондық әдіс бағдарламадан тыс тақырып болып табылады.

2 Материалдар мен әдістер

Операциондық есептің мәні – оның t нақты айнымалысы $f(t)$ функциясының $F(p)$ күрделі айнымалы p-ның белгілі бір функциясына сәйкес келеді.

Кейбір шарттарды орындау барысында, $f(t)$ функциясына келтірілген бұл сәйкестік бір-біріне тең болады, яғни кез-келген $f(t)$ функциясын қанағаттандыратын мұндай шарттар бір-біріне сәйкес келеді, және, керісінше, әрбір $F(p)$ функциясы жалғыз $f(t)$ функциясына сәйкес келеді.

Демек, $f(t)$ функциясының дифференциациялдау және интегралдау операциялары, көбейту және $F(p)$ функцияларын айнымалы p-ге бөлу әрекеттеріне сәйкес келеді.

Нәтижесінде $F(p)$ функциясы алгебралық теңдеулер жүйесін шешу үшін $f(t)$ функциясының дифференциалдық теңдеулер жүйесін шешу мүмкіндігін азайтуға болады. Содан кейін алгебралық жүйенің табылған шешімдерін $F(p)$ пайдалана отырып, дифференциалдық теңдеулердің түпнұсқалық жүйесінің шешімін беретін $f(t)$ функциясын таба аламыз.

Осылайша, дифференциалдық теңдеулер жүйесін шешудің аса күрделі тапсырмасын қарапайым алгебралық теңдеулер жүйесін шешуге айналады [1].

Операциондық әдіс коэффициенттері тұрақты сызықты дифференциалдық теңдеулерді шешуде үлкен рөл атқарады. Сызықтық дифференциалдық теңдеулерді шешу кезінде операциондық есептеулерді қолданудың тиімділігі есептеудің ыңғайлылығы мен қарапайымдылығынан тұрады. Ең алдымен, бұл осындай теңдеулер жүйесін шешуге қатысты.

Коэффициенттері тұрақты сызықтық n-ші ретті қарапайым дифференциалдық теңдеуді қарастырамыз

$$x^n(t)+a_1x^{(n-1)}+...+a_{(n-1)}x'(t)+a_nx(t)=f(t) \quad (1)$$

мұндағы a_k – бастапқы шарттар бойынша тұрақты коэффициент

$$x(0)=x_0,\, x'(0)=x_0',..., x^{(n-1)}(0)=x_0^{(n-1)} \quad (2)$$

мұндағы $x_0, x_0',..., x^{(n-1)}$ – берілген сандар.

Операциондық әдіспен шешу кезінде біз $x(t)$ ізделінді функцияны да, сол сияқты $f(t)$ оң бөлігін де түпнұсқа (оригинал) деп есептейміз және түпнұсқаларды байланыстыратын (1) теңдеуден $X(p)$ және $F(p)$ кескіндерін байланыстыратын теңдеуге ауысамыз, сонда $x(t)\doteqdot X(p), f(t)\doteqdot F(p)$ болады. Түпнұсқаны дифференциалдау туралы теореманы қолданамыз:

$$\begin{gathered}
x'(t)\doteqdot pX(p)-x_0,\\
x''(t)\doteqdot p^2X(p)-px_0-x_0',\\
\dots\\
x^{(n-1)}(t)\doteqdot p^{(n-1)}X(p)-p^{(n-2)}x_0-...-x_0^{(n-2)},\\
x^n\doteqdot p^nX(p)-p^{(n-1)}x_0-...-x_0^{(n-1)}
\end{gathered}$$

Сызықты қасиетті пайдаланып, теңдеудің орнына (1) алгебралық тепе-теңдік аламыз, оны бейне немесе операторлық теңдеу деп атаймыз:

$$p^nX(p)-p^{(n-1)}x_0-...-x_0^{(n-1)}+a_1\left(p^{(n-1)}X(p)-p^{(n-2)}x_0-...-x_0^{(n-2)}\right)+...+a_{(n-1)}\left(pX(p)-x_0\right)+a_nX(p)=F(p)$$

Нәтижесінде біз дифференциалды емес, $X(p)$ белгісіз бейнеге қатысты алгебралық теңдеу алдық.

$$Q_n(p)X(p)=F(p)+R_{(n-1)}(p)$$

мұндағы $Q_n(p)=p^n+a_1p^{(n-1)}+...+a_{(n-1)}p+a_n$,

$$R_{(n-1)}(p)=p^{(n-1)}x_0+...+x_0^{(n-1)}+a_1\left(p^{(n-2)}x_0+...+x_0^{(n-2)}\right)+...+a_{(n-1)}x_0$$

$Q_n(p)$ және $P_{(n-1)}(p)$ – p-дан n-ға дейін және $n-1$ дәрежелі алгебралық көпмүшелер сәйкес келеді [1].

Соңғы теңдіктен келесіні табамыз:

$$X(p)=\frac{F(p)+R_{(n-1)}(p)}{Q_n(p)} \quad (3)$$

Алынған теңдікті (1) дифференциалдық теңдеудің операциондық шешімі деп атайды. Енді алынған $X(p)$ бейне бойынша $x(t)$ түпнұсқасын табамыз, ол үшін операциондық есептеулердің сәйкес ережелерін пайдаланамыз. Табылған $x(t)$ түпнұсқасы (1) дифференциалдық теңдеуінің дербес шешімі болып табылады.

3, 4 Нәтижелер және талқылау

Есептерді шығаруға келесідей алгоритм ұсынылады:

1.Лаплас түрлендіруін қолданамыз: белгілі және белгісіз функциялардың бейнелеулеріне өтеміз, бейнелерін теңдеудегі орындарына қойып, Коши теңдігін шығарамыз.

2. Алынған теңдеуді шешу: ізделінді мәннің бейнесін табамыз.

3. Лапластың кері түрлендіруін қолданамыз: алынған бейненің түпнұсқасын табу.

Есеп. Дифференциалды теңдеулер жүйесін операциондық әдіспен шешіңіз [2].

$$\begin{cases} x' = x + 2y - 9t & x(0) = 1 \\ y' = 2x + y + 4e^t & y(0) = 2 \end{cases}$$

Шешуі:

1. Түпнұсқалардың бейнелеулеріне өтеміз:

$$x \overset{L}{\leftarrow} \bar{x}(p)$$

$$x'(t) \overset{L}{\leftarrow} p\bar{x}(p) - x(0) = p\bar{x}(p) - 1$$

$$y \overset{L}{\leftarrow} \bar{y}(p)$$

$$y' \overset{L}{\leftarrow} p\bar{y}(p) - y(0) = p\bar{y}(p) - 2$$

$$9t \overset{L}{\leftarrow} \frac{9}{p^2}$$

$$4e^t \overset{L}{\leftarrow} \frac{4}{p-1}.$$

Бейнелеу үшін теңдеулер жүйесін жазамыз:

$$\begin{cases} p\bar{x}(p) - 1 = \bar{x}(p) + 2\bar{y}(p) - \dfrac{9}{p^2} \\ p\bar{y}(p) - 2 = 2\bar{x}(p) + \bar{y}(p) + \dfrac{4}{p-1} \end{cases}$$

2. Бейнелер үшін берілген теңдеулер жүйесін шешеміз. Алдымен $\bar{x}(p)$ теңдеуінің мәнін табамыз:

$$\bar{x}(p) = \frac{2\bar{y}(p)}{p-1} + \frac{1}{p-1} - \frac{9}{p^2(p-1)}$$

және екінші теңдікке қоямыз:

$$p\bar{y}(p) - 2 = \frac{4\bar{y}(p)}{p-1} + \frac{2}{p-1} - \frac{18}{p^2(p-1)} + \bar{y}(p) + \frac{4}{p-1}.$$

Осы жерден

$$\bar{y}(p) = \frac{2(p-1)}{(p+1)(p-3)} + \frac{6}{(p+1)(p-3)} - \frac{18}{p^2(p+1)(p-3)}$$

ISSN 2310-3353 ISSN 2310-3353

Әр бөлшекті жай жақшаларға жіктейміз:

$$\frac{2(p-1)}{(p+1)(p-3)}=\frac{1}{p+1}+\frac{1}{p-3};$$

$$\frac{6}{(p+1)(p-3)}=-\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{p+1}+\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{p-3};$$

$$\frac{18}{p^2(p+1)(p-3)}=\frac{4}{p}-\frac{6}{p^2}-\frac{9}{2}\cdot\frac{1}{p+1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{p-3}.$$

Олай болса

$$\begin{cases}\bar{x}(p)=\frac{1}{p-1}-\frac{3}{p}-\frac{3}{p^2}-\frac{8}{p(p-1)}+\frac{8}{(p+1)(p-1)}+\frac{4}{(p-3)(p-1)}\\ \bar{y}(p)=-\frac{4}{p}+\frac{6}{p^2}+\frac{4}{p+1}+2\cdot\frac{1}{p-3}\end{cases}$$

3. Кестені қолданып, $\bar{x}(p)$ және $\bar{y}(p)$ функцияларының түпнұсқаларын тауып жазамыз:

$$\begin{cases}x(t)=2e^{3t}-4e^{-t}-2e^{t}+5-3t\\ y(t)=-4+6t+4e^{-t}+2e^{3t}\end{cases}$$

Жоғарғы ретті сызықты дифференциалдық теңдеулер жүйесін операциондық әдіспен шешу бөлімінің нәтижелері талқыланып Назарбаев зияткерлік мектебінде қосымша сабақ ретінде өткізілді. Болашақта техникалық мамандық таңдаған оқушылар үшін пайдалы білім болып табылады. Осы тақырып аясында 3 сабақ өткізілген. Төменде бір сабақтың қысқа мерзімді жоспары келтірілген (Кесте 1).

Кесте 1 – Қысқа мерзімді жоспар

Ұзақ мерзімді жоспар бөлімі: 12.2С Дифференциалдық теңдеулер	Мектеп: НЗМ Қостанай қаласы Сабақ	
Күні: 19.02.2019	Мұғалімнің аты-жөні: Сапақ Н.Д.	
Сынып: 12 «А»	Қатысқандар саны:	Қатыспағандар саны:
Сабақ тақырыбы	Операциондық әдіспен шешілетін бірінші ретті дифференциалдық теңдеулер	
Осы сабақта қол жеткізілетін оқу мақсаттары (оқу бағдарламасына сілтеме)	МН 12.1 дифференциалдық теңдеулер туралы жалпы түсінігі болады; МН 12.5 дифференциалдық теңдеулердің дербес және жалпы шешімдерінің анықтамасын біледі; МН 12.4 дифференциалдық теңдеулерді операциондық әдіспен шешеді;	
Сабақ мақсаттары	• дифференциалдық теңдеулер туралы жалпы түсінігі болады; • дифференциалдық теңдеулердің дербес және жалпы шешімдерінің анықтамасын біледі; • дифференциалдық теңдеулерді операциондық әдіспен шешеді.	
Жетістік критерийлері	• дифференциалдық теңдеулер туралы жалпы түсінігі болады; • дифференциалдық теңдеулердің дербес және жалпы шешімдерінің анықтамасын біледі; • дифференциалдық теңдеулерді операциондық әдіспен шешеді;	
Тілдік мақсаттар	Оқушылар: сыныпта талқылау кезінде дифференциалдық теңдеудің түрін және шешу әдісін анықтай алады	

Құндылықтарды дарыту	Құрмет, жауапкершілік,сана-сезім
Пәнаралық байланыстар	Өсу, бұзылу және қарапайым гармониялық қозғалыс сияқты көптеген физикалық үдірістерді дифференциал теңдеулер арқылы модельдеуге болады. Осы бөлім мәтіндік есептеу есептерін шешудің қосымша әдістерін келтіру үшін, 11 сыныптың есептеу бөлімінде ұсынылған идеяларды қарастыруды жалғастырады.
АКТ қолдану дағдылары	Интернет ресурстар
Бастапқы білім	11 сыныпта өтілген Қисап I және II, 12 сыныпта өтілген комплекс сандар I

Сабақ барысы

Сабақтың жоспарланған кезеңдері	Сабақтағы жоспарланған іс-әрекет	Ресурстар
Сабақтың басы 5 мин	**1. Ұйымдастыру кезеңі.** ✓Оқушылармен амандасу. ✓Оқушылармен тақырыпты, оқу мақсаттарын және бағалау критерийлерін талдау	
Сабақтың ортасы 30 мин	*Анықтама.* Бір немесе бірнеше айнымалы функцияны, тәуелсіз айнымалыларды және функцияның туындыларын байланыстыратын теңдеу **дифференциалдық теңдеу** деп аталады. *Анықтама.* **Бірінші ретті** дифференциалдық теңдеу деп $F(x,y,y')$ түріндегі теңдеуді айтады. Егер бұл теңдік y' арқылы шешілсе, яғни $y' = f(x,y)$ түрінде жазылса, онда соңғы теңдеу туындысы арқылы шешілген дифференциалдық теңдеу делінеді. $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$ – бұл бірінші ретті теңдеудің дифференциалды түрі деп аталады. *Анықтама.* Бірінші ретті дифференциалдық теңдеудің **жалпы шешімі** деп кез-келген бір тұрақты *C*–дан тәуелді және келесі шарттарды қанағаттандыратын $y=\varphi(x,C)$ функциясын айтады: а) ол С тұрақтының кез келген мәнінде дифференциалдық теңдеуді қанағаттандырады; ә) бастапқы шарт $x=x_0$ болғанда $y=y_0$ қандай болмаса да $y=\varphi(x,C_0)$ функциясы берілген бастапқы шартты қанағаттандыратындай $C=C_0$ мәнін табуға болады. Есептерді операциондық әдіспен түсіндіру барысы: Мысал: $x' - 2x = e^t, x(0) = 1$ теңдеуін шешіңіз, мұндағы бастапқы берілген $x(0) = 1$. Теңдеуді операциондық әдіспен шешу үшін алдымен теңдеудің оң және сол жағындағы түпнұсқалардың бейнелеулерін жазып, теңдеудің орнына қойып, операторлық теңдеуді аламыз: $x' \overset{L}{\leftarrow} p\bar{x}(p) - x(0) = p\bar{x}(p) - 1$ $x(t) \overset{L}{\leftarrow} \bar{x}(p)$ $e^t \overset{L}{\leftarrow} \dfrac{1}{p-1}$ $p\bar{x}(p) - 1 - 2\bar{x}(p) = \dfrac{1}{p-1}$ $(p-2)\bar{x}(p) = \frac{p}{p-1}$ алынған операторлық теңдеуді шешіп,	Презентация Презентация Презентация

жауабын табамыз.

$\bar{x}(p) - \dfrac{p}{(p-1)(p-2)}$

$\bar{x}(p)$ бейнелеуі бойынша, x түпнұсқасын табамыз. Ол үшін $\bar{x}(p)$ бейнелеуін анықталмаған коэффициенттер арқылы жай түбірлерге жіктеп аламыз:

$\bar{x}(p) = \dfrac{p}{(p-1)(p-2)} = \dfrac{A}{p-1} + \dfrac{B}{p-2}$

$p = A(p-2) + B(p-1)$

$p = 1;\ A = -1$

$p = 2;\ B = 2$

$\bar{x}(p) = \dfrac{-1}{p-1} + \dfrac{2}{p-2}$

бейнелеулердің түпнұсқасын тауып, орнына қоямыз

$\dfrac{-1}{p-1} \xrightarrow{L} -e^{t}$

$\dfrac{2}{p-2} \xrightarrow{L} 2e^{2t}$

Презентация

$\bar{x}(p) = -e^{t} + 2e^{2t}$ жалпы шешім табылды.

Топтық жұмыс:

№1

$x' + x = cos2t, \qquad x(0) = 0$

№2

$y' + ay = b \quad y(0) = 0$

Презентация

№3

$y' + y = 7e^{t}$

№4

$x' + 2x = -3t + 2 \quad x(0) = 0$

Сабақты қорытындылау: Екінші ретті сызықты дифференциалдық теңдеулер.

$(0) = x_0, x'(0) = x'_0$ бастапқы шарттарын қанағаттандыратын

$x'' + a^2 x = cosat,$

дифференциалдық теңдеудің дербес шешімін табу, яғни бастапқы шарттары бар Коши есебін шешу.

Бейнелейтін теңдеуге көшеміз.

$$Y_n(p) = Y_2(p) = p^2 + a^2.$$

$$\Psi_{n-1}(p) = \Psi_1(p) = 1 \cdot (px_0 + x'_0) + 0 \cdot x_0 = px_0 + x'_0.$$

$$F(p) = \frac{p}{p^2+a^2} \to cosat.\ Y_n(p)\bar{x}(p) = \Psi_{n-1}(p) + F(p).$$

$$(p^2 + a^2)\bar{x}(p) = px_0 + x'_0 + \frac{1}{p^2 + a^2}.$$

$$\bar{x}(p) = \frac{px_0 + x'_0}{p^2 + a^2} + \frac{p}{(p^2 + a^2)^2} = x_0 \frac{p}{p^2 + a^2} + \frac{x'_0}{a}\frac{a}{p^2 + a^2} + \frac{1}{2a}$$

$$\xrightarrow{L} x_0 cosat + \frac{x'_0}{a} sinat + \frac{1}{2a} tsinat.$$

<table>
<tr><td></td><td colspan="3">Сонымен, Коши есебінің шешімі табылды:
$x(t) = x_0\cos at + \frac{x'_0}{a}\sin at + \frac{1}{2a}t\sin at.$
x_0 және x'_0өлшемдерін туынды ретінде алынуы мүмкін, сондықтан келесідей белгілеуді енгізіп $x_0 = C_1, \frac{x'_0}{a} = C_2$, дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімін ала аламыз.
$x(t) = C_1\cos at + C_2\sin at + \frac{1}{2a}t\sin at.$</td><td></td></tr>
<tr><td>Сабақтың соңы
5 мин</td><td colspan="3">Рефлексия: Білдім,
Білгім келеді,
Білемін
Бағалау: Жабыстырма жұлдысша арқылы
Үй тапсырмасын беру:</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Саралау – оқушыларға қалай көбірек қолдау көрсетуді жоспарлайсыз? Қабілеті жоғары оқушыларға қандай міндет қоюды жоспарлап отырсыз?</td><td>Бағалау – оқушылардың материалды меңгеру деңгейін қалай тексеруді жоспарлайсыз?</td><td colspan="2">Денсаулық және қауіпсіздік техникасының сақталуы</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Сабақ бойынша рефлексия
Сабақ мақсаттары/оқу мақсаттары дұрыс қойылған ба?
Оқушылардың барлығы ОМ қол жеткізді ме?
Жеткізбесе, неліктен?
Сабақта саралау дұрыс жүргізілді ме?
Сабақтың уақыттық кезеңдері сақталды ма?
Сабақ жоспарынан қандай ауытқулар болды, неліктен?</td><td colspan="3">Бұл бөлімді сабақ туралы өз пікіріңізді білдіру үшін пайдаланыңыз. Өз сабағыңыз туралы сол жақ бағанда берілген сұрақтарға жауап беріңіз.</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="5">Жалпы баға
Сабақтың жақсы өткен екі аспектісі (оқыту туралы да, оқу туралы да ойланыңыз)?
Сабақты жақсартуға не ықпал ете алады (оқыту туралы да, оқу туралы да ойланыңыз)?
Сабақ барысында сынып туралы немесе жекелеген оқушылардың жетістік/қиындықтары туралы нені білдім, келесі сабақтарда неге көңіл бөлу қажет?</td></tr>
</table>

5 Қорытынды

Мақалада қарастырылған мәліметтерді жоғарғы оқу орындарындағы математика факультетінің студенттеріне «Дифференциалдық теңдеулер» пәні бойынша «Сызықтық дифференцталдық теңдеулер жүйесін шешу» тақырыбын терең меңгеру мақсатында көмекші мәлімет ретінде пайдалануға болады. Коэффициенттері тұрақты біртекті сызықтық дифференциалдық теңдеулер жүйесінің шешімін табудың әртүрлі әдістерін меңгеру және оларды талдай білу студенттердің логикалық ойлау қабілеттерін жетілдіруде маңызы зор.

Әдебиеттер тізімі

1 Плескунов М.А. Операционное исчисление: Учебное пособие. – Екатеринбург: Издательство Урал. ун-та, 2014. – С. 25-37.

2 Крайнов А.Ю., Рыжих Ю.Н. Операционное исчисление. Примеры и задачи: Учебно-методическое пособие. – Томск: Том. ун-т, 2007. – С. 45-53.

Материал редакцияға түсті: 04.06.2019

АСКАНБАЕВА, Г.Б., ДОСПУЛОВА, У.К.
РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ОПЕРАЦИОННЫМ МЕТОДОМ

В статье рассматриваются нормальная форма Жордановой матрицы и клеток, а также их применение для решения однородной линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Матреиалы не входят в программное обучение по курсам алгебры и дифференциальных уравнений. Тем самым представляет интерес.

Ключевые слова: *образ, оригинал, дифференциальные уранения, системы.*

ASKANBAYEVA, G.B., DOSPULOVA, U.K.
SOLUTION OF THE SYSTEM OF LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS BY OPERATING METHOD

This article presents an overview of the solution, using an operational method for solving linear differential equations and a system of equations. A solution is also considered by the operational method of an ordinary differential equation and a system of differential equations of the n^{th} order with constant coefficients.

Key words: *original image, differential equations, systems.*

УДК 796.42

Ибраева, Р.Ж.
кандидат педагогических наук, доцент ВАК,
ассоциированный профессор кафедры
физической культуры, спорта и туризма,
КГПУ им. У. Султангазина
Кононенко, А.О.
студентка 4 курса специальности
«5В010800 – Физическая культура и спорт»,
КГПУ им. У. Султангазина,
Костанай, Казахстан

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА «КРУГОВОЙ ТРЕНИРОВКИ» НА ЗАНЯТИЯХ ПО ЛЕГКОЙ АТЛЕТИКЕ СРЕДИ УЧАЩИХСЯ 15-16 ЛЕТ

Аннотация

Сегодня многие педагоги и тренеры концентрируют внимание на правильную организацию занятий физической культуры, делая его интересным и эффективным, а также повышающим физическую подготовку детей. В связи с этим применяют популярный метод «круговой тренировки», реализующий возможность результативного использования большого количества инвентаря. В данной статье исследуется влияние методики использования разработанных комплексов упражнений метода «круговой тренировки» на физическую подготовку учащихся 15-16 лет и их организм в процессе занятий. Экспериментально выявлена эффективность методики использования комплексов упражнений метода «круговой тренировки», повышающего уровень всесторонней физической подготовки. В ходе эксперимента отмечается развитие физических качеств у занимающихся.

Ключевые слова: *метод «круговой тренировки», всесторонняя физическая подготовка, комплексы физических упражнений, легкая атлетика, занимающиеся 15-16 лет.*

1 Введение

Круговая тренировка – это эффективная организационно-методическая форма применения физических упражнений; поточное и последовательное выполнение комплекса физи-