КОСТАНАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ИНФОРМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Материалы Студенческой научно-практической конференции "Модернизация современного образования" 14 апреля 2017 г.

г. КОСТАНАЙ, 2017 г.

УДК 37.031.2(063)
ББК 74.2
М74

М74 Модернизация современного образования. Материалы студенческой научно-практической конференции, 14 апреля 2017 г., г. Костанай. – 279 с.

ISBN 978-601-7934-00-2

В сборнике представлены научные, научно-методические статьи, написанные по материалам докладов студенческой научно-практической конференции, проходившей в Костанайском государственном педагогическом институте 14 апреля 2017 года. В конференции приняли участие студенты Естественно-математического факультета, более 80 статей по 7 специальностям.

Материалы конференции содержат фундаментальные, научные, прикладные проблемы исследований по направлениям: биология, химия, математика, физика, география, информатика, проблемы образования и воспитания в общеобразовательных учреждениях.

Материалы конференции предназначены для бакалавров, магистрантов, и других категорий исследователей.

Научные редакторы: д.и.н., профессор Абиль Е.А., к.т.н., доцент Сухов М.В., к.т.н., доцент Еслямов С.Г., доцент Тобылов К.Т., к.э.н.

ISBN 978-601-7934-00-2

СОДЕРЖАНИЕ

Содержание

РЯДЫ ФУРЬЕ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Доспулова У.К, ст. преподаватель
Кинтаева З.С, Матиматика, 4 курс

Жан Батист Жозеф Фурье - французский математик, член Парижской Академии Наук (1817). Основной областью занятий Фурье была математическая физика. В 1807 и 1811 он представил Парижской Академии Наук свои первые открытия по теории распространении тепла в твёрдом теле, а в 1822 опубликовал известную работу «Аналитическая теория теплоты», сыгравшую большую роль в последующей истории математики. В этой работе Фурье вывел дифференциальное уравнение теплопроводности и развил идеи, в самых общих чертах намеченные ранее Д. Бернулли, разработал для решения уравнения теплопроводности при тех или иных заданных граничных условиях метод разделения переменных (метод Фурье). Ряды Фурье, а именно коэффициенты Фурье являются хорошим способом решения в теории уравнений в частных производных при решении граничных задач.

Изучением дифференциальных уравнений в частных производных занимается математическая физика. Классические уравнения математической физики являются линейными. Современная общая теория дифференциальных уравнений занимается главным образом линейными уравнениями и специальными классами нелинейных уравнений. Основным методом решения нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных выступает численное интегрирование. В данной статье мы рассмотрим основные уравнения математической физики трех видов: уравнение параболического, эллиптического и гиперболического типов и их решение методом Фурье.

Основными уравнениями математической физики называют следующие дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка: уравнение гиперболического, параболического, эллиптического типов.

Уравнение колебаний струны (волновое уравнение) либо уравнение гиперболического типа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Решение уравнения гиперболического типа методом Фурье:
Пусть требуется найти решение уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

удовлетворяющее краевым условиям:

$$\left.\begin{matrix} u(0;t) = 0 \\ u(l;t) = 0 \end{matrix}\right\} \quad (2)$$

$$\left.\begin{matrix} u(x;0) = f(x) \\ \dfrac{\partial u}{\partial t} = F(x)(\text{нач. скорость}) \end{matrix}\right\}$$

$$a_k = \frac{2}{l}\int_0^l f(x) sin\frac{k\pi}{l}x\,dx$$

$$b_k = \frac{2}{k\pi a}\int_0^l F(x) sin\frac{k\pi}{l}x\,dx$$

Решение задачи:

$$u(x;t) =$$

$$=\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{2}{l}\int_0^l f(x) sin\frac{k\pi}{l}x\, cos\frac{k\pi}{l}at\ +\frac{2}{k\pi a}\int_0^l F(x) sin\frac{k\pi}{l}x\, sin\frac{k\pi}{l}at\right) sin\frac{k\pi x}{l}dx$$

Задача на уравнение гиперболического типа: струна закрепляется на концах *x = 0*, *x = 1* в начальный момент имеет форму

$$u = h(x^4 - 2x^3 + x).$$

Найти форму струны, если начальные скорости отсутствуют.

Решение:l=1, $\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = F(x) = 0 \Rightarrow b_k = 0$, найдем

$$a_k = \frac{2}{l}\int_0^l f(x) sin\frac{k\pi}{l}x\, dx$$

$$u(x;0) = h(x^4 - 2x^3 + x)$$

$$a_k = 2h\int_0^l (x^4 - 2x^3 + x) sink\pi x dx = \left|\begin{matrix} x^4 - 2x^3 + x = u, sink\pi x dx = dv \\ du = (4x^3 - 6x^2 + 1)dx, v = -\frac{cosk\pi x}{k\pi}\end{matrix}\right| =$$

$$= \ -\frac{cosk\pi x}{k\pi}(x^4 - 2x^3 + x)|_0^1 + \frac{2h}{k\pi}\int_0^1 (4x^3 - 6x^2 + 1) cosk\pi x dx =$$

$$= \frac{2h}{k\pi}\int_0^1 (4x^3 - 6x^2 + \ \ +1) cosk\pi x dx =$$

$$= \left|\begin{matrix} 4x^3 - 6x^2 + 1 = u, & dv = cosk\pi x dx \\ du = (12x^2 - 12x)dx, & v = \frac{sink\pi x}{k\pi}\end{matrix}\right| =$$

$$= \frac{2h}{k\pi}\frac{sink\pi x}{k\pi}(4x^3 - 6x^2 + 1)\Big|_0^1$$

$$-\frac{2h}{(k\pi)^2}\int_0^1 (12x^2 - 12x) sink\pi x dx$$

$$= -\frac{2h}{(k\pi)^2}\int_0^1 (12x^2 - 12x) sink\pi x dx = \left|\begin{matrix} 12x^2 - 12x = u, & dv = sink\pi x dx \\ du = 24x dx - 12, & v = -\frac{cosk\pi x}{k\pi}\end{matrix}\right|$$

$$= \frac{2h}{(k\pi)^3} cosk\pi x(12x^2 - 12x)|_0^1 - \frac{2h}{(k\pi)^3}\int_0^1 24x cosk\pi x dx =$$

$$= -\frac{2h}{(k\pi)^3}\int_0^1 24x cosk\pi x dx = \left|\begin{matrix} 24x - 12 = u, & cosk\pi x dx = dv \\ du = 24dx, & v = \frac{sink\pi x}{k\pi}\end{matrix}\right| =$$

$$= -\frac{2h}{(k\pi)^3}\left(\frac{sink\pi x}{k\pi}(24x - 12)\Big|_0^1 - \frac{1}{k\pi}\int_0^1 24 sink\pi x dx\right) = -\frac{48}{(k\pi)^5} cosk\pi x\Big|_0^1 =$$

$$= -\frac{48}{(k\pi)^5}(cosk\pi - 1) = \left| cosk\pi = \begin{cases} -2, k - \text{нечет.} \\ \ \ 0, k - \text{чет.}\end{cases}\right| = \frac{96}{(2k-1)^5\pi^5}$$

$$u(x;t) = \frac{96}{\pi^5}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^5} cosa(2k-1)\pi\, t sin(2k-1)\pi x$$

Ответ:

$$u(x;t) = \frac{96}{\pi^5}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^5} cosa(2k-1)\pi\, t sin(2k-1)\pi x$$

Уравнение теплопроводности или уравнение параболического типа

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

для случая трех независимых

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 (\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2})$$

Метод Фурье для уравнения теплопроводности в конечном стержне

Уравнение теплопроводности имеет вид:

$$\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{t}} = \mathrm{a}^2 \frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}^2}$$

Для выделения единственного решения уравнения теплопроводности необходимы начальные и граничные условия. Для задач этого типа задается только одно начальное условие при $t = 0 u|_{t=0} = f(x), f(x)$- начальное распределение температуры в стрежне и граничные условия на концах т.е. $x = 0, x = l u|_{x=0} = 0,\ u|_{x=l} = 0$

$$a_k = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \sin \frac{k\pi}{l} x dx$$

Решение поставленной задачи.

$$u(x;t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \sin \frac{k\pi}{l} x\ e^{-\sqrt{\lambda} a^2 t} \sin \frac{k\pi}{l} x dx$$

Метод Фурье для уравнения теплопроводности в бесконечном стержне.

Рассмотрим задачу с начальными данными на бесконечной прямой. А именно найдем ограниченную функцию $u(x;t)$, определенную в области $-\infty < x < \infty$,, удовлетворяющую уравнению теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \qquad -\infty < x < \infty, t > 0$$

Краевые условия при этом отпадают, и на искомую функцию $u(x;t)$ накладывается только начальное условие

$$u(x;0) = f(x), -\infty < x < \infty.$$

$u|_{\tau=0} = f(x)$ т.е. чтобы

$$u|_{\tau=0} = \int_{-\infty}^{\infty} (\ a\cos\sqrt{\lambda} x + b\sin\sqrt{\lambda} x)\ e^{-\lambda\tau} d\lambda = f(x)$$

Последнее равенство означает, что функцию *f(x)* надо разложить в интеграл Фурье.

Напомним, что разложение функций *f(x)* в интеграл Фурье возможно, если функцию *f(x)* можно разложить в ряд Фурье в любом конечном интервале и если функция *f(x)* абсолютно интегрируема на всей оси*Ox*. Разложение функции *f(x)* в интеграл Фурье имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon) \cos\lambda(\varepsilon - x) d\varepsilon$$

Разложим $\cos\lambda(\varepsilon - x)$ по известной нам формуле косинус разности двух аргументов, получим следеющее:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon) \cos\lambda\varepsilon d\varepsilon \right) \cos\lambda x + \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon) \sin\lambda\varepsilon d\varepsilon \right) \sin\lambda x \right\}$$

$$\left. \begin{array}{c} a = \dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon) \cos\lambda\varepsilon d\varepsilon \\ b = \dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon) \sin\lambda\varepsilon d\varepsilon \end{array} \right\}$$

Решение поставленной задачи:

$$u(x;\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon) \{ \cos\sqrt{\lambda} x \cos\sqrt{\lambda}\varepsilon + \sin\sqrt{\lambda} x \sin\sqrt{\lambda}\varepsilon \} e^{-\lambda\tau} d\varepsilon$$

Задача на уравнение параболического тпа: Дан тонкий однородный стержень длины l изолированный от внешнего пространства, начальная температура которого равна

$$f(x) = \frac{cx(l-x)}{l^2}.$$

Концы стержня поддерживаются при температуре, равной нулю. Определить температуру стержня в момент времени t > 0.Закон распределения температуры стержня описывается уравнением

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

с начальным условием

$$u(x;t)|_{t=0} = \frac{cx(l-x)}{l^2} = f(x)$$

и краевыми условиями

$$u(x;t)|_{x=0} = u(x;t)|_{x=l} = 0$$

Решение:решение будем искать в виде

$$u(x;t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{l} \int_0^l f(x)\, sin\frac{k\pi}{l} x\ e^{-\sqrt{\lambda} a^2 t} sin\frac{k\pi}{l} x dx$$

где

$$a_k = \frac{2}{l} \int_0^l f(x)\, sin\frac{k\pi}{l} x dx$$

$$a_k = \frac{2}{l} \int_0^l \frac{cx(l-x)}{l^2} sin\frac{k\pi}{l} x dx = \frac{4c}{(k\pi)^3}(1 - cosk\pi) = \left| cosk\pi = \begin{cases} -2, k - \text{нечет.} \\ 0, k - \text{чет.} \end{cases} \right|$$

$$= \frac{8c}{(2k-1)^3 \pi^3}$$

$$u(x;t) = \frac{8c}{\pi^3} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^3} e^{-(\frac{a(2k-1)}{l})^2 t} sin\frac{(2k-1)\pi x}{l}$$

Ответ:

$$u(x;t) = \frac{8c}{\pi^3} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^3} e^{-(\frac{a(2k-1)}{l})^2 t} sin\frac{(2k-1)\pi x}{l}$$

Уравнение Лапласа или уравнение эллиптического типа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

для случая функции трех независимых

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге.

Найти функцию U, удовлетворяющую уравнению:$\Delta U = 0$ внутри круга (1) и граничному условию $u(R;\varphi) = \mu(\varphi)$ (2) на границе круга, где$\mu(\varphi)$- заданная функция, φ- полярный угол.

$$A_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \mu(\theta) d\theta$$

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \mu(\theta) cosk\theta d\theta$$

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \mu(\theta) sink\theta d\theta$$

Решение поставленной задачи:

$$u(p;\varphi) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k cosk\varphi + B_k sink\varphi) p^k$$

Задача на уравнение эллиптического типа: решить задачу Дирихле методом Фурье в единичном круге (*R=1*), с граничным значением

$$u(r;\varphi)|_{r=1} = \mu(\varphi) = cos4\varphi, 0 \le \varphi \le 2\pi$$

Решение: вычислим коэффициенты:

$$A_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} cos4\theta d\theta = \frac{1}{4\pi} sin4\theta\Big|_0^{2\pi} = 0$$

$$A_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} cos4\theta cosk\theta d\theta = |k=4| = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} cos^2 4\theta d\theta = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{1+cos8\theta}{2} d\theta =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left(\theta + \frac{1}{8} sin8\theta\right)\Big|_0^{2\pi} = 1$$

$$B_n = 0$$

$$u(\theta;\varphi) = cos4\varphi$$

Ответ: $\boldsymbol{u}(\theta;\varphi) = cos4\varphi$

Задача Дирихле для уравнения Лапласа в кольце

Найти функцию U, удовлетворяющую уравнению $\Delta u = 0$ внутри кольца (1).

Необходимо поставить краевые условия на каждой из границ:

$$\begin{cases} u(R_1;\varphi) = f_1(\varphi) \\ u(R_2;\varphi) = f_2(\varphi) \end{cases} (2)$$

Где $f_1(\varphi)$, $f_2(\varphi)$ -заданные функции, -полярный угол.

Общее решение имеет вид

$$u(p;\varphi) = \frac{C_0}{2} + D_0 \ln p + \sum_{k=1}^{\infty}(A_k cosk\varphi + B_k sink\varphi)(C_k p^k + D_k p^{-k})$$

$$A_k(C_k + D_k) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f_1(\varphi)\cdot cosk\varphi d\varphi$$

$$B_k(C_k + D_k) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f_1(\varphi)\cdot sink\varphi d\varphi$$

$$C_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f_1(\varphi)\cdot d\varphi$$

$$A_k(C_k p^k + D_k p^{-k}) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f_2(\varphi)\cdot cosk\varphi d\varphi$$

$$B_k(C_k p^k + D_k p^{-k}) sink\varphi = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f_2(\varphi)\cdot sink\varphi d\varphi$$

$C_0 + D_0 \ln p = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f_2(\varphi) d\varphi$[2]

Задача на уравнение эллиптического типа: найти решение уравнения Лапласа в области Д (кольце), ограниченным окружностями:

$$k_1: x^2 + y^2 = R^2{}_1,\ k_2: x^2 + y^2 = R^2{}_2.$$

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

Принимающее граничные значения: $u|_{k_1} = u_1, u|_{k_2} = u_2.\ u = c_1 ln|r| + c_2$

Решить задачу Дирихле в кольце $\Delta u = 0, u(1;\theta) = 2, u(3;\theta) = 5$ решение не зависит отθ

$$\begin{cases} 2 = c_1 ln|r| + c_2 \\ 5 = c_1 ln|r| + c_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_2 = 2 \\ 5 = c_1 ln3 + 2 \end{cases} \rightarrow c_2 = 2, c_1 = \frac{3}{ln3}$$

$$u(r) = \frac{3}{ln3} lnr + 2$$

Ответ: $u(r) = \frac{3}{ln3} lnr + 2$

Уравнение Лапласа в прямоугольнике

Для решения уравнения Лапласа в прямоугольнике необходимо рассмотреть вспомогательную задачу: $\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \\ u(0; y) = f_1(y) \\ u(a; y) = f_2(y) \\ u(x; 0) = u(x; b) = 0 \end{cases}$

Решение будем искать в виде:

$$u(x; y) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(A_k e^{\frac{\pi k}{b}} + B_k e^{-\frac{\pi k}{b}} \right) \cdot sin \frac{\pi k}{b} y$$

Для нахождения коэффициентов A_k и B_k необходимо решить систему уравнений:

$$\begin{cases} A_k + B_k = \frac{2}{b} \int_0^b f_1(y)\, sin \frac{\pi k}{b} y dy \\ A_k e^{\frac{\pi k a}{b}} + B_k e^{-\frac{\pi k a}{b}} = \frac{2}{b} \int_0^b f_2(y)\, sin \frac{\pi k}{b} y dy \end{cases}$$

ЛИТЕРАТУРА:

1. Пискунов Н.С. «Дифференциальное и интегральное исчисление» для втузов том 2, М., «Наука», 1966 г.

2. http://de.ifmo.ru

3.Араманович И.Г., Левин В.И. «Уравнения математической физики», «Наука», М.,1969г.

4. «Уравнения математической физики» учебно- методический комплекс для математиков Даулетбаева Ж.Д., Костанай, 2008г.

5. Данко П.Е., Попов А.Г. Кожевникова Т.Я. «Высшая математика в упражнениях и задачах» часть 1, М., «Высшая школа», 1986г.

АҒАШ-ЦЕМЕНТ КОМПОЗИТТАРЫНАҢ ТҰРАТЫҢ МАТЕРИАЛДАРЫНЫҢ ҚҰРЫЛУЫН ЖАСАЛУЫНЫҢ ЖАЛПЫ МҮМКІНДІКТЕРІ ЖӘНЕ ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

Жигитов А.Б. пед. псих. маг.
Момбеков Е.Ө., Кәсіптік оқыту, 4 курс

Қазақстанда тұрғын-үй сұрағы күрделі әлеуметтік мәселе болып қала береді. Бүгінгі күнге Қазақстандықтар 18 млн. Адамдарға жақындады. Ал Қазақстанның тұрғын-үй қоры статистика комитеті ақпарат шамамен алғанда 348, млн. $м^2$бұл шама 190 млн БҰҮ әлеуметтік стандарттынаң кем, халықтың орташа жан басына шаққандағы 20 $м^2$ деп бағаланады, бір адамға жалпы көлемнің орташа мөлшері ауылдық мекенге қарағанда қалада жоғары. Қалалық мекенде тұрғын үймен қамту көрсеткіші адамға 23,7 шаршы, ал ауылдық мекенде барлығы 17,4, дәл осы көрсеткіш Норвегияда 74 м2, АҚШ-та 70, Францияда - 43, Чехияда - 28, Қытайда - 27 құрастырады [1].

Осыны ескере отырып шамамен 750 000 м2 (0,6%) - бұл авариялық және ескі үйлер. Соңғы уақытта жылда шамамен алғанда 20 млн. м2 тұрғын үй салынады, сонда да шамамен алғанда қазақстандықтардың 60 % тұрғын үй жағдайларын жақсартуды мұқтаж етеді. Осындай жағдайда тұрғын үйлердің құрылысының көлемін күрт ұлғайтуы туралы сұрақ оңтайлы міндет болып табылады, осыны «Қолжетімді тұрғын үй» ұлттық бағдарламасының қабылдануы, сонымен қатар өзіндік құрылыс үшін жер учаскелердің бөлінуі дәлелдейді [2].