$\begin{pmatrix} \mathrm{ch}(t+u) \mathrm{sh}\,(t+u) \\ \mathrm{sh}(t+u) \mathrm{ch}\,(t+u) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathrm{ch}t \cdot \mathrm{ch}u + \ \ \mathrm{sh}t \cdot \mathrm{sh}u & \mathrm{sh}t \cdot \mathrm{ch}t + \mathrm{sh}u \cdot \mathrm{ch}t \\ \mathrm{sh}t \cdot \mathrm{ch}t + \mathrm{sh}u \cdot \mathrm{ch}t & \mathrm{ch}t \cdot \mathrm{ch}u + \ \ \mathrm{sh}t \cdot \mathrm{sh}u \end{pmatrix} =$
$\begin{pmatrix} \mathrm{ch}t & \mathrm{sh}t \\ \mathrm{sh}t & \mathrm{ch}t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathrm{ch}u & \mathrm{sh}u \\ \mathrm{sh}u & \mathrm{ch}u \end{pmatrix} \Rightarrow$
$F -$ является гомоморфизмом.
Теперь найдем матрицу Aв явном виде. Для этого продифференцируем $F(t+u) = F(t) \cdot F(u)$поuи подставляя$u = 0$, получим, что
$F'(t)$= $F(t) \cdot A$
Где $A = F'(0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
$A = \dfrac{F'(t)}{F(t)}, \int A dt = \int \dfrac{F'(t)}{F(t)} dt \qquad A \cdot t = \ln F(t) \to \ F(t) = e^{tA}$

Список использованной литературы:

1.Винберг Э.Б. Линейные представления групп. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985

2.Кострикин А. И. Введение в алгебру. -М.: Наука, 1977.

3.Кириллов А.А. Элементы теории представлений. -М.: Наука, 1978.

4.Желобенко Д.П., Штерн А.И. Представление групп Ли. - М.:Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983

5.Желобенко Д. П. Компактные группы Ли и их представления. - М.: Наука, 1970.

Мнайдарова Ж. С. [1],Тюрина А.С. [2]

1. Научный руководитель, магистр экономики, старший преподаватель

2. Студент 4курса, кафедра физико-математических и общетехнических дисциплин, специальность «Математика»

НЕКОТОРЫЕ ВИДЫ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ И СПОСОБЫ ИХ РЕШЕНИЯ

Слово «тригонометрия» составлено из двух греческих слов: «тригонон» — треугольник и «метрео» — измеряю. Основной задачей тригонометрии является нахождение неизвестных параметров треугольника по данным значениям других его параметров. Например, по данным сторонам треугольника можно вычислить его углы, по известным значениям площади и двух углов вычислить его стороны и т. д.

За несколько веков до нашей эры Древней Грецией были найдены первые методы нахождения неизвестных параметров данного треугольника.

Однако греческие астрономы еще незнали синусов, косинусов и тангенсов. Вместо таблиц этих величин они употребляли таблицы, позволявшие отыскивать хорду окружности по стягиваемой ею дуге. Дуги измерялись в градусах и минутах.

Все древние цивилизации вносили свой вклад в дело накопления тригонометрических знаний. На одной из глиняных табличек Древнего Вавилова, возраст которой определяется вторым тысячелетием до нашей эры, решается тригонометрическая задача.

Значительно развили тригонометрию индийские средневековые астрономы и арабские ученые. В X веке багдадский ученый Абу-ль-Вефа присоединил к понятиям синусов и косинусов понятия тангенсов, котангенсов, секансов и косекансов. Абу-ль-Вефа установил также основные соотношения между ними. Благодаря работам знаменитого арабского ученого Насир эд-Дина (1201—1274) тригонометрия становится самостоятельной научной дисциплиной. Насир эд-Дин рассмотрел все случаи решения плоских и сферических треугольников. В XII веке с арабского языка на латинский был переведен ряд астрономических работ, по которым европейцы познакомились с тригонометрией, не многие работы Насир эд-Дина остались им неизвестны.

Выдающийся немецкий астроном XV века Региомонтан (1436—1476) заново сформулировал теоремы Насир эд-Дина. Региомонтан составил таблицы синусов плоских углов с точностью до седьмой значащей цифры. В середине XVIII века, благодаря русскому академику Леонарду Эйлеру (1707—1783), тригонометрия приняла современный вид. Он разработал её как науку о тригонометрических функциях, ввел записи sin*x,* tg*x,* обозначил *а, в, с* для сторон и A,B,C для противоположных углов *Δ ABC.*

Эйлер рассматривал тригонометрические функции аргумента x - радианной меры соответствующего угла, давая этому аргументу различные значения: положительные, отрицательные и даже комплексные. Он же ввел и обратные тригонометрические функции.[1, стр. 7]

Тригонометрическое уравнение это равенство тригонометрических выражений, содержащих неизвестное (переменную) только под знаком тригонометрических функций.

Решить тригонометрическое уравнение - значит найти все корни – все значения неизвестного, удовлетворяющие уравнению.

При решении тригонометрических уравнений мы будем пользоваться известными тригонометрическими формулами. Простейшими тригонометрическими уравнениями являются:

$$\sin x = a \text{ и } \cos x = a\text{, где} |a| \leq 1;$$

$$tgx = a \text{ и } ctgx = a,$$

где $a \in R$. Для решения различных видов тригонометрических уравнений необходимо уметь решать простейшие тригонометрические уравнения.[2, стр 3]

Перейдем к рассмотрению решения тригонометрических уравнений различных видов.

1.Уравнение вида $\sin x = a$ может иметь решение только при $|a| \leq 1$. Известно, что решение этого уравнения находят по обобщенной формуле:

$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, \text{где} n \in Z \text{ и } -\frac{\pi}{2} \leq \arcsin a \leq \frac{\pi}{2}.$$

Частные случаи.

1)Если $\sin x = 1$, то $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$.
2)Если$\sin x = -1$, то $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$.
3)Если $\sin x = 0$, то $x = \pi n, n \in Z$.
2. Уравнение $\cos x = a$ может иметь решение только при $|a| \leq 1$. Известно, что решение данного уравнения находят по обобщенной формуле:

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, \text{ где } n \in Z \text{ и } 0 \leq arccos\alpha \leq \pi.$$

Полезно знать, что $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$.

Частные случаи:
1. Если $\cos x = 0$, то $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ или $x = (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in Z$.
2. Если $\cos x = 1$, то $x = 2\pi n, n \in Z$.
3. Если $\cos x = -1$, то $x = \pi + 2\pi n, n \in Z$.

3.Уравнения вида $tgx = a$, где $a \in R$.

Известно, что решение заданного уравнения находят по обобщенной формуле:

$$x = arctga + \pi n, \text{где} n \in Z.$$

Полезно помнить, что $arctg(-a) = -arctga$.

4.Уравнения вида $ctgx = a$, где$a \in R$.

Известно, что решение данного уравнения находят по формуле

$$x = arcctga + \pi n, \text{где} n \in Z.$$

Полезно знать, что$acctg(-a) = \pi - arcctga$.

5.Уравнения, сводимые к алгебраическим

Это уравнения, сводимые к одной и той же функции относительно одного и того же неизвестного выражения, входящего только под знак функции.

Тригонометрические уравнения:

$$asin^2x + bsinx + c = 0;$$
$$acos^3x + bcosx + c = 0.$$

уже сведены к алгебраическим.

Действительно, положив в них соответственно

$$sinx = y, cosx = u, tgx = t, ctgx = z,$$

получим алгебраические уравнения:

$$ay^2 + by + c = 0;$$
$$au^2 + bu + c = 0.$$

Решив каждое из них, найдем $sinx, cosx, tgx, ctgx$.

Уравнения

$$asin^2x + bcosx + c = 0,$$
$$acos^2x + bsinx + c = 0.$$

не являются по виду алгебраическими, но их можно свести к алгебраическим:

т.к. $sin^2x = 1 - cos^2x$,

получаем

$$acos^2x - bcosx - (a + c) = 0,$$

аналогично

$$asin^2x - bsinx - (a + c) = 0.$$

Пример. Решить уравнение:

$$2sin^2x - 5sinx + 2 = 0$$

Решение:

Заменим$sinx = y$, уравнение примет вид

$$2y^2 - 5y + 2 = 0,$$

это уравнение является квадратным. Находим корни уравнения:

$$D = 25 - 16 = 9,$$

$$y_1 = \frac{5+3}{4} = 2,$$

$$y_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}.$$

Так как$sinx = y$, то

1.$sinx = 2$,

не имеет решения, так как $2 > 1$.

2.$sinx = \frac{1}{2}$.

Это простейшее уравнение вида $\sin x = a$.

Правая часть $-1 < \frac{1}{2} < 1$, по этому его решение найдем по формуле

$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, \text{где} n \in Z$$

Получим

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z.$$

Ответ: $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$.

5.Однородные уравнения

Уравнения

$$asinx + bcosx = 0,$$

$$asin^2x + bsinxcosx + ccos^2x = 0.$$

и так далее называются однородными относительно $\sin x и cosx$. Сумма показателей степеней при $\sin x и cosx$ у всех членов такого уровня одинакова. Эта сумма называется степенью однородного уравнения. Рассмотренные уравнения имеют соответственно первую, вторую и третью степень.

Решается делением на cos^kx, где k – степень однородного уравнения, уравнение приводится в алгебраическому относительно функции tgx.

Рассмотрим уравнение

$$asin^2x + bsinxcosx + ccos^2x = 0 \qquad (1)$$

Разделим уравнение (1) на cos^2x и получим:

$$atg^2x + btgx + c = 0(2)$$

При$a \neq 0$, уравнения (1) и (2) равносильны, так как $cos^2x \neq 0$.

Если же $cosx = 0$, то из уравнения (1) видно, что и $sinx = 0$, что не возможно, так как теряет смысл тождество $sin^2x + cos^2x = 1$ ($sinx$и $cosx$при одном и том же значении x в нуль не обращаются).

Из уравнения (2) определяем значения tgx , а затем находим соответствующие значения x. Очевидно, что при $b^2 - 4ac < 0$ значения tgx не существуют на множествеR, а потому уравнение (2) в этом случае, а значит и уравнение (1) решений не имеют.[1, стр. 7]

Примеры. Решить уравнение:

$$sinx + 2cosx = 0$$

Решение:

Это уравнение является однородными. Степень каждого одночлена равна единице, свободный член равен нулю.

Разделим обе части уравнения на$cosx$, при этом $cosx \neq 0$.

$$\frac{sinx}{cosx} + \frac{2cosx}{cosx} = 0,$$

$$tgx + 2 = 0,$$

$$tgx = -2,$$

Известно, что решение данного уравнения находят по формуле

$$x = arctga + \pi n, где n \in Z.$$

$$x = arctg(-2) + \pi n, n \in Z,$$

$$x = -arctg2 + \pi n, n \in Z.$$

Ответ:$x = -arctg2 + \pi n, n \in Z.$

6.Уравнения, решаемые разложением на множители

При решении многих тригонометрических уравнений нужно пользоваться всеми известными способами разложения на множители алгебраических выражений. Это вынесение за скобки общего множителя, группировка, применение формул сокращенного умножения, искусственные приёмы..

Пример. Решить уравнение:

$$sin2x + sin3x + sin4x + sin5x = 0$$

Решение:

Сгруппируем члены уравнения:

$$(sin2x + sin3x) + (sin4x + sin5x) = 0,$$

в скобках преобразуем выражение в произведение, получим:

$$2sin\frac{2x + 3x}{2}cos\frac{2x - 3x}{2} + 2sin\frac{4x + 5x}{2}cos\frac{4x - 5x}{2} = 0,$$

$$2sin\frac{5x}{2}cos\frac{x}{2} + 2sin\frac{9x}{2}cos\frac{x}{2} = 0.$$

За скобки выносим $2cos\frac{x}{2}$, получим:

$$2cos\frac{x}{2}\left(sin\frac{5x}{2} + sin\frac{9x}{2}\right) = 0,$$

в скобках преобразуем выражение в произведение, получим:

$$4cos\frac{x}{2}sin\frac{\frac{5x+9x}{2}}{2}cos\frac{\frac{5x-9x}{2}}{2} = 0,$$

$$4cos\frac{x}{2}sin\frac{7x}{2}cosx = 0.$$

1.$cos\frac{x}{2} = 0$

Это частный случай простейшего уравнение вида $\cos x = a$.

Получим

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z,$$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in Z.$$

$2.sin\frac{7x}{2} = 0$

Это частный случай простейшего уравнение вида $\sin x = a$.

Получим

$$\frac{7x}{2} = \pi m, m \in Z,$$

$$x = \frac{2\pi m}{7}, m \in Z.$$

$3.cosx = 0$

Это частный случай простейшего уравнение вида $\cos x = a$.

Получим

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z.$$

Ответ:$x = \pi + 2\pi n, n \in Z, x = \frac{2\pi m}{7}, m \in Z, x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z.$

Мы рассмотрели некоторые виды тригонометрических уравнений и способы их решения. В математике, к нашему сожалению, не существует одного общего способа решения, следуя которому можно было решить любое уравнения с тригонометрическими функциями. Умение видеть способ решения уравнения приходит с опытом.

Список использованных источников.

1.Тригонометрические уравнения :Методическое пособие для обучающихся/ Т. В.Баскакова.

2. Бородуля И.Т. Тригонометрические уравнения и неравенства: Кн. для учителя.

Асканбаева Г.Б. [1], Ульданова К.В. [2]

1. Научный руководитель, старший преподаватель

2. Студент 4 курса, кафедра физико-математических и общетехнических дисциплин, специальность «Математика»

УНИТАРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Пусть дано n-мерное векторное пространство V_n над полем комплексных чисел $\mathbb{C}$.

В заданном пространстве V_n будет введена операция скалярного произведения, если для любых двух векторов a и b из V_n сопоставимо комплексное число, обозначаемое (a, b) и называемое скалярным произведением векторов a и b, и если для любых векторов a, b, c из V_n и любого комплексного числа α выполняются следующие аксиомы:

1. $(a, b) = \overline{(b, a)}$,