АКТУАРНАЯ МАТЕМАТИКА В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ

Исмуратова Д.А.
Научный руководитель – ***Мусабекова М.М.***

Аңдатпа. *Актуарлық математика – білімнің облысы, сақтандыру мен қолданыс математикалық есептердің тоқулы, сақтық тәуекелдің атойының мүмкіндігін ішіне ала. Мақалада нобайдың қолданысы Бернуллимен сақтандырудың қағидасының мақсаттарына қара.*

Abstract. *Actuarial Mathematics – area of knowledge related to the application of mathematical calculations in insurance, including the likelihood of occurrence of the insured risk. The paper considers the application of Bernoulli to the problems of the theory of insurance.*

В настоящее время возросла роль математики в изучении сложнейших экономических процессов. В связи с активным развитием банковской системы, страховой, пенсионной и инвестиционной деятельности стало актуальным изучение актуарной математики.

Актуарная математика – это область знаний математики, которая включает в себя совокупность математических методов, средств математического моделирования для исчисления процентов, оценки рисков, расчета финансового фонда. Например, в долгосрочном страховании, связанном с продолжительностью жизни населения, т.е. в страховании жизни и пенсионном страховании [1].

В XIX веке мировая наука и техника были направлены на развитие актуарного дела. Лучшие математики, инженеры, юристы, экономисты работали над созданием научных методов страховой системы. Результаты их достижений стали публиковаться в страховых журналах «Страховой сборник» (с 1880 г.), «Страховые ведомости» (с 1890 г.) и др. В 1898 году прошел Международный актуарный конгресс в Лондоне, на котором были стандартизированы обозначения основных величин в актуарной математике [2].

Актуарная математика представляет собой дисциплину, охватывающую методы расчетов и оценивания применительно к различным видам финансовых услуг, где обязательства по осуществлению платежа зависят от наступления события, имеющего вероятностную природу. Актуарная математика не возникла как самостоятельная наука и поэтому должна отдать должное теории вероятностей, теории случайных процессов, математической статистике.

При решении задач, возникающих при расчете тарифных ставок по рисковым видам страхования, т.е. видам страхования, относящимся к страховой деятельности, не связанной со страхованием жизни, мы столкнемся с основными понятиями, используемыми в страховании.

Страховая сумма – размер компенсации в случае наступления страхового события.

Страховой тариф (брутто-ставка) – величина страхового взноса с единицы страховой суммы (или с объекта страхования). Страховой тариф состоит из нетто-ставки и нагрузки.

Нетто-ставка страхового тарифа – часть страхового тарифа, предназначенная для обеспечения текущих страховых выплат по договорам страхования.

Нагрузка – часть страхового тарифа, обеспечивающая прибыль от проведения страховых операций, а также предназначенная для покрытия затрат на проведение страхования и создания резервного фонда на случай экстремальных ситуаций [3].

Далее в статье рассмотрим задачи по актуарной математике.

Задача 1. Страховая компания заключила договор со спортсменом-теннисистом на 365 дней, предусматривающий выплату страхового возмещения клиенту в случае травмы специального вида. Из предыдущей практики известно, что вероятность получения такой травмы теннисистом в любой фиксированный день равна 0,00037. Вычислить вероятность того, что в течение срока действия договора

а) не произойдет ни одного страхового случая;

б) произойдет один страховой случай;

в) произойдет два страховых случая.

Вычислить указанные вероятности двумя разными способами, используя биномиальное распределение и распределение Пуассона [4].

Решение. Пусть μ_n – количество травм, полученных спортсменом за время действия договора. Предположим сначала, что μ_n имеет биномиальное распределение с вероятностью «успеха» $p = 0{,}00037$ и вероятность «неудачи», равной $1 - 0{,}00037 = 0{,}99963$. Тогда по формуле Бернулли:

$$P(\mu_n = 0) = C_{365}^{0}(0{,}00037)^{0}(0{,}99963)^{365} \approx 0{,}87365;$$
$$P(\mu_n = 1) = C_{365}^{1}(0{,}00037)^{1}(0{,}99963)^{364} \approx 0{,}11803;$$
$$P(\mu_n = 2) = C_{365}^{2}(0{,}00037)^{2}(0{,}99963)^{363} \approx 0{,}00795;$$

А по приближенной формуле Пуассона с параметром $\lambda = 365 \cdot 0{,}00037 = 0{,}13505$ находим

$$P(\mu_n = 0) \approx \frac{0{,}00037^{0}}{0!}e^{-0{,}13505} \approx 0{,}87367;$$
$$P(\mu_n = 1) \approx \frac{0{,}00037^{1}}{1!}e^{-0{,}13505} \approx 0{,}11799;$$
$$P(\mu_n = 2) \approx \frac{0{,}00037^{2}}{2!}e^{-0{,}13505} \approx 0{,}00797.$$

Задача 2. При расчете страхового тарифа по одному из видов страхования страховая компания предполагала, что страховые случаи происходят с вероятностью 0,005, а средний размер выплат будет 1000 рублей. В 1998 году страховая компания заключила 2000 договоров по данному виду страхования, и за год произошло 15 страховых случаев со средним размером выплаты в 1010 рублей. Средний размер выплат вполне приемлем. Предполагая, что число ожидаемых страховых случаев имеет приближенно распределение Пуассона, обосновать, является ли факт наступления 15 страховых случаев за год (что на 50% больше ожидаемого среднего числа, равного 10) показателем того, что была допущена ошибка (в сторону занижения) вероятности наступления страхового случая или компания попала в полосу «невезения» по случайным причинам.[4]

Решение. Пусть μ_n – количество страховых случаев за год при условии, что было заключено 2000 договоров. Поскольку $0{,}005 \cdot 2000 = 10$, можно считать, что случайная величина μ_n имеет распределение Пуассона с параметром $\lambda = 10$. Тогда

$$P(\mu_n \geq 15) = 1 - P(\mu_n \leq 14) \approx 1/12.$$

Таким образом, если предположение компании о вероятности наступления страхового случая верно, то ситуации, когда произойдет 15 и более страховых событий за год, случаются примерно раз в 12 лет.

Задача 3. Планируя свою деятельность по одному из видов рискового страхования с размером страховой суммы 1000 рублей, нетто-ставкой 0,02 и вероятностью наступления страхового события 0,01, страховая компания желала бы получить прибыль не менее 100000 рублей. Какое минимальное число договоров она должна заключить, чтобы получить указанный размер прибыли с вероятностью не менее 0,99, если размер страхового взноса равен 50 рублям [4].

Решение. Пусть n – искомое число договоров. Тогда сумма страховых взносов равна $50n$, а ожидаемый суммарный размер страховых выплат есть $1000\mu_n$, где μ_n – число успехов в схеме Бернулли с n испытаниями и $p = 0{,}01$. Поскольку нетто-ставка равна 0,02, нас интересует такое количество договоров n, для которого

$$P\{50 \cdot 0{,}98n - 1000\mu_n > 100000\} \geq 0{,}99,$$

или

$$P\{49n - 1000\mu_n \leq 100000\} < 0{,}01.$$

Используя теорему Муавра – Лапласа (npq окажется большим), находим

$$P\{49n - 1000\mu_n \leq 100000\} = P\{\mu_n \geq 0{,}049n - 100\} =$$

$$= P\left\{\frac{\mu_n - 0{,}01n}{\sqrt{0{,}01 \cdot 0{,}99n}} \geq \frac{0{,}049 - 100 - 0{,}01n}{\sqrt{0{,}01 \cdot 0{,}99n}}\right\} \approx$$

$$\approx \frac{1}{2} \quad \Phi_0\left\{\frac{0{,}039n - 100}{0{,}099\sqrt{n}}\right\} < 0{,}01 = \frac{1}{2}\Phi_0(2{,}33)$$

Следовательно,

$$\frac{0{,}039n - 100}{0{,}099\sqrt{n}} > 2{,}33.$$

Решая это неравенство, находим $n \geq 2882.$

Задача 4. Планируя свою деятельность по одному из видов рискового страхования со средним размером страховой суммы 1000, вероятностью наступления страхового случая 0,05 и ожидаемым количеством договоров 1200, страховая компания желала бы получить доход не менее 100000. Какова должна быть минимальная величина страхового тарифа, чтобы компания могла получить указанный размер дохода с вероятностью не менее 0,99 [4].

Решение. Пусть x – искомая величина страхового тарифа. Тогда сумма страховых взносов равна $1200x$, а ожидаемый суммарный размер страховых выплат есть $1000\mu_n$, где μ_n – число успехов в схеме Бернулли с $n = 1200$ $p = 0{,}05.$ Нас интересует такая величина страхового тарифаx, для которого

$$P\{1200x - 1000\mu_n > 100000\} \geq 0{,}99,$$

или

$$P\{\mu_n \geq 1{,}2x - 100\} < 0{,}01.$$

Используя аппроксимацию нормальным распределением, находим

$$P\left\{\frac{\mu_n - 1200 \cdot 0{,}05}{\sqrt{0{,}05 \cdot 0{,}95 \cdot 1200}} \geq \frac{1{,}2x - 100 - 1200 \cdot 0{,}05}{\sqrt{0{,}05 \cdot 0{,}95 \cdot 1200}}\right\} \approx \frac{1}{2} - \Phi_0\left\{\frac{1{,}2x - 40}{7{,}55}\right\} < 0{,}01 =$$

$$= \frac{1}{2} - \Phi_0(2{,}33).$$

Отсюда следует, что

$$\frac{1{,}2x - 40}{7{,}55} > 2{,}33,$$

или $x \geq 50$ рублей.

Задача 5. Портфель страховой компании состоит из 1000 договоров, заключенных 1 января и действующих в течение текущего года. При наступлении страхового случая по каждому из договоров компания обязуется выплатить 2000 рублей. Вероятность наступления страхового события по каждому из договоров равна 0,05 и не зависит от наступления страховых событий по другим контрактам. Каков должен быть совокупный размер резерва страховой компании для того, чтобы с вероятностью 0,99 она могла бы удовлетворить требования, возникающие по указанным договорам.

При вычислении числа страховых событий использовать нормальное распределение.[4]

Решение. Пусть S – искомый размер резерва. Тогда ожидаемый суммарный размер страховых выплат есть $2000\mu_n$, где μ_n – число успехов в схеме Бернулли с $n = 1000$ $p = 0{,}05.$ Нас интересует такая величина резерва S, для которой

$$P\{2000\mu_n \leq S\} \geq 0{,}99,$$

или

$$P\{\mu_n \geq 0{,}0005S\} < 0{,}01.$$

Используя аппроксимацию нормальным распределением, находим

$$P\left\{\frac{\mu_n - 1000\cdot 0{,}05}{\sqrt{0{,}05\cdot 0{,}95\cdot 1000}} \geq \frac{0{,}0005S - 1000\cdot 0{,}05}{\sqrt{0{,}05\cdot 0{,}95\cdot 1000}}\right\} \approx \frac{1}{2} - \Phi_0\left\{\frac{0{,}0005S - 50}{6{,}892}\right\} < 0{,}01 = \frac{1}{2} - \Phi_0(2{,}33).$$

Отсюда следует, что

$$\frac{0{,}0005S - 50}{6{,}892} > 2{,}33,$$

или $S \geq 132117$ рублей.

Несомненно, изучение актуарной математики принесет пользу лицам, углубленно изучающим теорию вероятностей, поскольку, освоив ее, они получат опору в прикладной области.

Обобщая все вышесказанное, мы можем сказать, что в наше время, когда принятие неверного решения приводит к крупным экономическим и, как следствие, социальным катаклизмам, изучение актуарной математики крайне важно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбитт С., Хикман Дж. Актуарная математика. М., 2001.
2 http://www.domath.ru
3 Ватутин В.А., Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков В.П. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах. – М., 2003.
4 Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М., 2003.

ШАЙДЫҢ ӘР ТҮРЛІ СОРТТАРЫНДАҒЫ Р ВИТАМИНІ МӨЛШЕРІН САНДЫҚ АНЫҚТАУ

Кинжекеева Г.М.
Ғылыми жетекшісі – ***Таурбаева Г.О.***

Аннотация. *В работе показаны физиологическая роль, источники витамина Р и приведены результаты определения количественного содержания его в различных сортах чая методом химического анализа.*

Abstract. *The paper demonstrates the physiological importance, sources of vitamin P and the results determine the quantity of the product in various varieties of tea by chemical analysis.*

Өмірлік маңызы бар витаминдердің бірі – Р витамині, биофлавоноидтердің үлкен тобын біріктіреді: гесперидин, кумариндер (эскулин), антоциандар, катехиндер және т.б. Биофлавоноидтер көбінесе лимон, апельсин, өрік, қарақат, бұрыш, қарақұмық, орамжапырақ, қызанақ, жүзім, итмұрын, таңқурай, қара және көк шайдың құрамында кездеседі. Шайдың құрамында Р витамині басқа өсімдіктерге қарағанда көп кездеседі.

Бұл жұмыстың мақсаты – Р витаминінің құрылысының ерекшеліктерін, қасиеттерін, биофлавоноидтердің адам ағзасына биохимиялық әсерін зерттеу және оның әр түрлі қара және көк шай сорттарының құрамында сандық анализ арқылы анықтау.

Р витамині (permefbility – өткізгіштік). Р витамині (биофлавоноидтер) – жіңішке қан тамырларының беріктігін арттырып, қызметін қалыпқа түсіріп отыратын биологиялық заттар тобы. Р витамині шайдың құрамында, сондай-ақ итмұрын, лимон, құрма, қара қарақат, жүзім, өрікте және қарақұмық ұнтағында өте көп. Венгр ғалымы Сент-Дъердьи зерттеулерінің (1936 ж.) нәтижесінде өсімдік өнімдерінде физиологиялық қасиеті жағынан аскорбин қышқылына ұқсас заттар бар екендігін анықтап, оны Р витамині деп атады. Тағамдар құрамында бұл витамин аз болып жетіспеген жағдайда адам организміндегі ұқсас әрі өте жіңішке қан тамырлары – капиллярлардың өткізгіштігі артып, денеге зиянды қан құйылуы байқалады. Егер осындай дертпен ауырған адамға құрамында Р витамині жеткілікті цитрус өсімдіктері өкілдерінің