

басқатырғыштар пайдалану тиімді. Ол үшін сабақтан тыс факультативті сабақтарда немесе жеке топтық жұмыстардың (вариативті сағаттардың) көмегімен баланың пәнге деген қызығушылығын арттыра аламыз. Факультатив сабақтар ұйымдастыру үшін жоспар құрастырылады. Мысалы, жоспар құрастыру төмендегідей берілуі мүмкін:

**Жоспар:**

1. Математика тарихының пәні. Периодизация.
2. Алғашқы математикалық ұғымдардың қалыптасуы
3. Математика ғылымының қалыптасу жолы. Математикалық теориялардың пайда болуы.
4. Элементар математиканың дамуы.
5. XVII ғасырдағы математиканың дамуы.
6. XVIII ғасырдағы математиканың дамуы
7. XIX ғасырдағы математиканың дамуының сипаты. XX ғасырдағы математика даму ерекшеліктері.
8. XX ғасырдағы математиканың дамуының өзіндік ерекшеліктері.
9. Қазақстан математикасының дамуы.
10. Ресей математикасының даму тарихы.

**Математикалық ойын.** Ойын түріндегі жұмыстар сабақ үстіндегі қолайлы деген жағдайларда пайда болып, оқушыларды қызықтырушы құрал ретінде қолданылады. Оқушылардың математиканы оқып үйренуге деген қызығушылығы мен білімін арттыруда, тарихи мағлұматтарды қолдануға және олардың қызықты ойын түрінде өткізуге болады, оқушы алған білімдерін шығармашылықпен қолдана білу қажет.

*Ойындар математика және оның тарихын ұштастырып оқушыға математиканы түсінуге, ойлау қабілетін дамытуға көмектеседі.*

Математикалық ойындардың атқаратын рөлі ерекше. Ол оқушыларды тез ойлауға, ауызша есептеулерге машықтандырып, логикалық ойлау қабілетін арттырады.

Қорыта айтқанда, математика және оның тарихын ұштастырып, сыныптан тыс жұмыстарда қолдану – оқушының математиканы оқып үйренуіне, оның тарихын білуге деген қызығушылығын артырады.

**Пайдаланылған әдебиеттер тізімі**

1. Көпшіл Әбдімәжитұлы «Мектеп математикасының тарихи мағлұматтары», Алматы 2004.
2. А. Көбесов, Математика тарихы. «Қазақ университеті», Алматы 1993.
3. Әбілқасымова А.Е. Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі. – Алматы: Білім, 2005.

**Численные методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с использованием пакета MATHCAD**

*Автор: Сорочкина К. Н. – студентка специальности «математика» 3 курса*

Научный руководитель: Утина Р.К.–старший преподаватель  
кафедры высшей математики, магистр математики  
Костанайский государственный педагогический институт

Данная статья посвящена изучению обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, а также изучению численных методов интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка при помощи компьютерной программы MathCAD.

Актуальность выбранной темы для обсуждения состоит в том, что в настоящее время обыкновенные дифференциальные уравнения или ОДУ, как часто их называют в последнее время, находят все более широкое применение в математических моделях, разрабатываемых для моделирования процессов и явлений, происходящих в различных областях техники, науки и производства. Например: в механике – при моделировании процессов движения объектов; в биологии – при изучении процессов роста бактерий; в ядерной физике – при изучении процессов радиоактивного распада веществ; в химии – при исследовании протекания химических реакций и работы различных реакторов; в электротехнике, в задачах оптимизации экономических и других процессов и так далее. Одним словом, ОДУ является необходимым элементом и составной частью многих разрабатываемых математических моделей различных процессов и явлений.

На мой взгляд, изучение методов численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений необходимо для студентов специальности «математика» и может быть полезно студентам других специальностей, таких, как «физика», «информатика», «биология», «химия», разрабатывающим отдельные математические модели и использующим их на практике.

Вообще, для решения обыкновенных дифференциальных уравнений применяются аналитические, приближенные и численные методы.

Аналитические методы позволяют получать решения дифференциальных уравнений через элементарные или специальные функции в конечном виде и являются эффективным средством исследования уравнений, однако применимы лишь для ограниченного класса дифференциальных уравнений, таких как линейные, с постоянными коэффициентами и др. Эти методы в основном реализованы в универсальных математических пакетах *MathCad*, *Maple* и других. Однако в практических задачах они оказываются часто неприменимыми.

Приближенные методы используют различные упрощения исходных уравнений: линеаризацию, разложения в ряд по некоторому малому параметру, асимптотические методы и др. Однако они также имеют ограниченную область применения, хотя и являются эффективным средством исследования решения.

Наиболее мощными и универсальными методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений являются численные методы,

позволяющие получать решения тогда, когда традиционные, классические, методы не помогают.

### **ПРИМЕР 1. Проверка правильности решения дифференциального уравнения первого порядка.**

Проверим, является ли функция  $y(x)=\sin(x)/x$  решением уравнения  $x dy+(y-\cos(x))dx=0$ .

Определим функцию  $y(x)$ , найдем её производную  $y'(x)$ , подставим  $y(x)$  и  $y'(x)$  в уравнение и проверим правильность результата. Прежде чем выполнять подстановку в уравнение, его нужно записать как уравнение относительно производной, т.е. в виде  $xy'+y-\cos(x)=0$ .

Определим функцию.

Знак присваивания можно ввести щелчком по соответствующей позиции в панели Evaluation.

Знак символического равенства можно ввести с клавиатуры, нажав одновременно клавиши <Shiftl> и <:=>.

$$y(x) := \frac{\sin(x)}{x}$$

Найдем символично производную и выведем ее значение в рабочий документ.

$$y'(x) := \frac{d}{dx} y(x)$$

Символ производной можно ввести щелчком по соответствующей позиции в панели Calculus.

$$y'(x) \rightarrow \frac{\cos(x)}{x} - \frac{\sin(x)}{x^2}$$

"Стрелку вправо" можно ввести щелчком по соответствующей позиции в панели Evaluation.

Подставим функцию и производную в правую часть уравнения  $xy'+y-\cos(x)=0$  и упростим полученное выражение.

$$x \cdot y'(x) + y(x) - \cos(x) \text{ simplify } \rightarrow 0$$

Введите левую часть уравнения, щелкните в панели Symbolic по слову simplify и щелкните по свободному месту в рабочем документе вне выделяющей рамки.

Левая часть уравнения тождественно равна нулю, т.е. после подстановки уравнение обратилось в тождество и, следовательно, доказано, что функция  $y(x)=\sin(x)/x$  является решением уравнения.

### **ПРИМЕР 2. Уравнение с разделяющимися переменными. Общее решение.**

Найдем общее решение или общий интеграл дифференциального уравнения первого порядка  $\exp(-y)(x+y') = x$

Запишем уравнение в нормальной форме:  $y'=(\exp(y)-1)x$

Получили уравнение с разделяющимися переменными. Разделим переменные:

$$dy/(\exp(y)-1)=xdx$$

Запишем и вычислим выражение для общего интеграла этого уравнения

Знак интеграла вводится щелчком по символу интеграла в панели Calculus.

$$F(x, y) := \int \frac{1}{\exp(y) - 1} dy - \int x dx$$

Для того чтобы вывести в рабочий документ результат символьных вычислений, функцию  $F(x, y)$ , нужно ввести имя функции и знак символьных вычислений ("стрелка вправо").

Знак символьных вычислений вводится щелчком по соответствующей позиции в панели Evaluation или в панели Symbolic

$$F(x, y) \rightarrow \ln(\exp(y) - 1) - \ln(\exp(y)) - \frac{1}{2} \cdot x^2$$

Общий интеграл уравнения записывается в виде  $F(x, y) = C$ :

$$\ln(\exp(y) - 1) - y - \frac{x^2}{2} = C$$

Проверим правильность результата.

Выражение  $F(x, y) = C$  задает решение уравнения  $y=y(x)$  как функцию переменной  $x$  в неявной форме.

Для проверки решения вычислим производную  $y'(x)$  по формулам дифференцирования неявной функции и подставим ее в уравнение  $y' = (\exp(y)-1)x$ , или, что то же самое, в уравнение  $y' - (\exp(y)-1)x = 0$ .

Введите ключевое слово `simplify` щелчком по соответствующей позиции в панели Symbolic, введите левую часть уравнения в помеченной позиции слева и щелкните по рабочему документу вне выделяющей рамки.

$$\frac{\frac{d}{dx} F(x, y)}{\frac{d}{dy} F(x, y)} - (\exp(y) - 1) \cdot x \text{ simplify} \rightarrow 0$$

После подстановки уравнение обратилось в тождество. Общий интеграл записан верно.

### **ПРИМЕР 3. Общее решение линейного однородного уравнения первого порядка.**

Найдем общее решение линейного однородного дифференциального уравнения первого порядка  $y' - y \cos x = 0$ .

Первый способ – решение уравнения с разделяющимися переменными.

Запишем уравнение в нормальной форме:

$$y' = y \cos x$$

Получили уравнение с разделяющимися переменными. Разделим переменные:

$$dy/y = \cos x dx$$

Запишем и вычислим выражение для общего интеграла этого уравнения.

Знак интеграла вводится щелчком по символу интеграла в панели Calculus

$$F(x, y) := \int \frac{1}{y} dy - \int \cos(x) dx$$

Знак символьных вычислений вводится щелчком по соответствующей позиции в панели Evaluation или в панели Symbolic.

Для того чтобы вывести в рабочий документ результат символьных вычислений, функцию  $F(x, y)$ , нужно ввести имя функции и знак символьных вычислений ("стрелка вправо").

$$F(x, y) \rightarrow \ln(y) - \sin(x)$$

Общий интеграл уравнения записывается в виде  $F(x, y) = C$  :

$$\ln(y) - \sin(x) = \ln(C)$$

Запишем общее решение уравнения – разрешим общий интеграл относительно  $y$ :

Введите ключевое слово Given, следом введите выражение для общего интеграла, используя в его записи знак символьного равенства, затем введите ключевое слово Find, указав в скобках имя искомой переменной, и щелкните по рабочему документу вне выделяющей рамки

Given

$$\ln(y) - \sin(x) = \ln(C)$$

$$\text{Find}(y) \rightarrow \exp(\sin(x)) \cdot C$$

Общее решение уравнения записывается в виде:

$$y(x, C) := \exp(\sin(x)) \cdot C$$

Проверим правильность результата.

Введите ключевое слово simplify щелчком по соответствующей позиции в панели Symbolic, введите левую часть уравнения в помеченной позиции слева и щелкните по рабочему документу вне выделяющей рамки

$$\frac{d}{dx} y(x, C) - y(x, C) \cdot \cos(x) \text{ simplify} \rightarrow 0$$

После подстановки уравнение обратилось в тождество. Общее решение записано верно.

Второй способ – вычисление по готовой формуле

$$y(x, C) := C \cdot \exp\left(\int \cos(x) dx\right)$$

$$y(x, C) \rightarrow \exp(\sin(x)) \cdot C$$

Решения, вычисленные разными способами, совпали.

Таким образом, мы рассмотрели основные примеры интегрирования дифференциальных уравнений в программе MathCAD.

В заключении хотелось бы отметить, что в данной статье рассмотрены основные виды обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, различные численные методы их интегрирования, а также практические задачи, выполненные с использованием компьютера в программном пакете MathCAD.

В работу не вошло большое количество примеров интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка в программе MathCAD, так как были рассмотрены только основные задачи.

Используемый учебный материал подобран с учетом того, что дисциплины «Дифференциальные уравнения» и «Численные методы» изучаются на третьем курсе.

При помощи поставленных задач достигнута основная цель статьи.

Полученные знания могут быть использованы читателем в изучаемых в дальнейшем дисциплинах, при обработке экспериментальных данных в исследовательских и выпускных работах.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кириллова, С.Ю. Вычислительная математика: Учеб. пособие. – Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2009. – 102 с.

3. Охорзин В.А. Прикладная математика в системе MATHCAD: Учебное пособие. 2-е изд, испр. и доп. – СПб.: Изд-во «Лань», 2008. – 352 с.

4. Филлипов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Изд. 5-е, испр. – М.: Изд-во «Наука», 1979. – 128 с.

5. Школьник А.Г. Дифференциальные уравнения: Учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов. – М.: Изд-во «Учпедгиз», 1963. – 200 с.

6. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Изд. 2-е, перераб. – М.: «Высшая школа», 1963. – 546 с.

#### Применение булевых функций

*Автор: Глазырина М.В.*

*Научный руководитель: Раисова Г.Т.*

*Костанайский государственный педагогический институт*

Булевы функции широко применяются при описании работы дискретных управляющих систем (контактных схем, схем из функциональных элементов, логических сетей и т.д.), при исследовании некоторых электрических цепей, так называемых релейно-контактных схем.

Перед тем как рассмотреть применение булевых функций и полных систем булевых функций, необходимо ввести определение булевой функции.

Булевой функцией от одного аргумента называется функция  $f$ , заданная на множестве из двух элементов и принимающая значения в том же двухэлементном множестве. Элементы двухэлементного множества будем обозначать 0 и 1. Таким образом,  $f: \{0,1\} \rightarrow \{0,1\}$ . Нетрудно перечислить все булевы функции от одного аргумента:

$x$	$f_0(x)$	$f_0(x)$	$f_0(x)$	$f_0(x)$
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1