Получили стационарную точку с координатами $P\left(-\frac{2}{3},-\frac{1}{3},1\right)$.

Найдем производные второго порядка

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=2,\qquad \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=2,\qquad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=2$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=-1,\qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}=0,\qquad \frac{\partial^2 u}{\partial y\partial z}=0$$

и составим дискриминант для функции трех переменных

$$\Delta=\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y\partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial z\partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial z\partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \end{vmatrix}$$

подставим и вычислим определитель любым известным методом (воспользуемся методом Сарриуса).

$$\Delta=\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}=$$

$$2\cdot 2\cdot 2+(-1)\cdot 0\cdot 0+(-1)\cdot 0\cdot 0-(0\cdot 2\cdot 0+(-1)\cdot(-1)\cdot 2+0\cdot 0\cdot 2)=8-2=6>0, =>$$

функция имеет экстремум в точке $P\left(-\frac{2}{3},-\frac{1}{3},1\right)$, так как $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}>0$, то точка является точкой минимума.

Аналогично находятся экстремумы функции нескольких переменных.

Пікірлер алгебрасын логикалық есептерді шешуде қолдану

Автор: «Математика» мамандығының 3 курс студенді Даукариева С. Б.

Ғылыми жетекшісі: Раисова Г.Т. – аға оқытушы,
Қостанай мемлекеттік педагогикалық институты

Пікірлер алгебрасы «логикалық» деп аталатын біртипті есептерді шешу үшін табысты түрде қолданылуы мүмкін. Осы есептерді пайыммен шешуге болады, бірақ мұндай пайымдаулардың жолы әрқашан айқын бола бермейді. Пікірлер алгебрасын қолдану берілген есептерді шешетін жалғыз және жеткілікті жалпы әдістерін береді.

Пікірлер алгебрасы әдісімен шығатын логикалық есептердің кейбір ерекшеліктерін белгілейік. Осындай есептерде пікірлердің қатары бар болады. Олардың кейбіреулері ақиқат, кейбіреулері жалған болады, бірақ қайсыс ақиқат, я жалған екені белгісіз. Мысалы, U, V, W үш пікір бар, олардың екеуі ақиқат, ал біреуі жалған. Ақиқат (немесе жалған) болатынын біле отырып, бұл шарттарды ескеріп, пікірлерден әлдебір күрделі пікір құру керек. Содан соң логикалық заңдылықтарын қолдана отырып, есептердің сұрағына жауап анықтайтындай түрге түрлендіреміз. Мәндес түрлендірулер кезінде есептердің басқа да шарттарын қолданамыз. Қарастырылып отырған мысалда мұндай күрделі пікірлер келесідей ойлардан шығып құрастырылады. U, V, W пікірлерінің екеуі ақиқат болғандықтан, онда олардың барлық дизъюнкция жұптары да ақиқат: $U \vee F, U \vee W, V \vee W$. Осылайша бұл пікірлердің конъюнкциясы да ақиқат: $(U \vee V) \wedge (U \vee W) \wedge (V \vee W)$. Бұл пікірлердің мәндес түрлендіруі U, V, W пікірлерінің құрылымына тәуелді. Келесі мысалды қарастырайық.[1].

Мысал: Ақбаев, Сарыбаев және Қарабаев қатысатын мектеп шахмат турнир финалының басталмай жатып бір жанкүйер бірінші орында Ақбаев ие болады, ал екінші жанкүйер Сарыбаев соңғы орынға ие болмайтынын, үшінші жанкүйер Қарабаев бірінші орынға ие болмайды деп айтты. Ойын біткен соң бір жанкүйер қателесіп, екеуі дұрыс тапты. Егер ешқандай екі қатысушы бір орынға ие болмаса, орындар қалай бөлінді?[1].

Шешу үшін келесі пікірлерді енгіземіз (i= 1, 2, 3):

A_i: «Ақбаев i–ші орын ға ие»;

B_i: «Сарыбаев i–ші орын ға ие»;

C_i: «Қарабаев i–ші орын ға ие»;

Онда жанкүйерлердің келесі пікірлерін келесі түрде жазамыз:

1–ші жанкүйер U: A_1;

2–ші жанкүйер V: $\overline{C_3}$;

3–ші жанкүйер W: $\overline{B_1}$;

Көрінеу ақиқат болатын күрделі пікір құрастырамыз. U, V, W пікірлерінің екеуі ақиқат болғандықтан, онда олардың дизъюнкциясы да ақиқат: $U \vee F, U \vee W, V \vee W$. Осылайша бұл пікірлердің конъюнкциясы да ақиқат: $(U \vee V) \wedge (U \vee W) \wedge (V \vee W)$. Бұл пікірлерді мәндес түрде түрлендірейік:

$$(U \vee V) \wedge (U \vee W) \wedge (V \vee W) \cong (A_1 \vee \overline{C_3}) \wedge (A_1 \vee \overline{B_1}) \wedge (\overline{C_3} \vee \overline{B_1})$$
$$\cong (A_1 \vee (A_1 \wedge \overline{B_1}) \vee (\overline{C_3} \wedge A_1) \vee (\overline{C_3} \wedge \overline{B_1})) \wedge$$
$$\wedge (\overline{C_3} \vee \overline{B_1}) \cong (A_1 \wedge (\overline{C_3} \vee \overline{B_1})) \vee (A_1 \wedge \overline{B_1} \wedge (\overline{C_3} \vee \overline{B_1})) \vee$$
$$\vee (\overline{C_3} \wedge A_1 \wedge (\overline{C_3} \vee \overline{B_1})) \vee (\overline{C_3} \wedge \overline{B_1} \wedge (\overline{C_3} \vee \overline{B_1}) \cong (A_1 \wedge$$
$$\overline{C_3}) \vee (A_1 \wedge \overline{B_1}) \vee (A_1 \wedge \overline{B_1}) \vee (A_1 \wedge \overline{C_3}) \vee (\overline{B_1} \wedge \overline{C_3})$$
$$\cong (A_1 \wedge \overline{C_3}) \vee (A_1 \wedge \overline{B_1}) \vee (\overline{B_1} \wedge \overline{C_3}).$$

Кейбір пікірлердің дизъюнкциясы боп келетін алынған пікір ақиқат. Осылайша ақиқат кемдегенде бір қосылғыш болып табылады. Барлық жағдайларды тізбекті түрде қарастырайық:

$A_1 \wedge \overline{C_3}$=1. Онда $A_1 = 1$ және $\overline{C_3}$=1, яғни C_3=0. Біз орындардың келесідей үлестірімдерін аламыз: АСВ;

$A_1 \wedge \overline{B_1}$=1. Онда $A_1 = 1$ және $\overline{B_1}$=1, яғни B_1=0. Осында біз екі мүмкін болатын орындардың үлестірімін аламыз: АВС және АСВ;

$\overline{C_3} \wedge \overline{B_1} = 1$. Онда $\overline{C_3} = 1$ және $\overline{B_1}$=1, яғни C_3=0. Осында үлестіру варианттары келесідей болады: ACB, CAB, CBA.

Қорыта келе келесідей жауап варианттарын аламыз: ACB, ABC, CAB, CBA. Бірінші вариантты тексере отыра барлы үш U, V, W жанкүйер пікірлері де ақиқат болып шыққанын көреміз, ал бұл есептін шартына сәйкес келмейді. Нәтижесінде үш шешімін аламыз: ABC, CAB, CBA.

Қарастырылған шешу әдісі «артық түбір» – дің пайда болуына әкеледі. Бұл есептің шартына сәйкес алынған варианттардың тексеруін қажет етеді. Тек қана есептің шартын қанағаттандыратын жауаптарды беретін қысқа да нұсқа әдісті қарастырайық. Ол $(U \vee V) \wedge (U \vee W) \wedge (V \vee W)$ пікірлерінің орнына есептің шартын дәл орындайтын пікірлерді құрастыру негізінде орындалады.

Осындай пікірлерді құру үшін U, V, W пікірлерінен басқа келесідей пікірлерді қарастырамыз:

X: « 1–ші жанкүйер дұрыс тапты»;

Y: « 2–ші жанкүйер дұрыс тапты»;

Z: « 3–ші жанкүйер дұрыс тапты»;

Онда $X \wedge U$ және $\overline{X} \wedge \overline{U}$ екі пікірдің біреуі ақиқат екені айқын көрініп тұр. Онда олардың дизъюнкциясы да ақиқат $(X \wedge U) \vee (\overline{X} \wedge \overline{U})$. Осыдан 2–і және 3–ші жанкүйерлермен байланысты пікірлер де ақиқат: $(Y \wedge V) \vee (\overline{Y} \wedge \overline{V})$ және $(Z \wedge W) \vee (\overline{Z} \wedge \overline{W})$. Осылайша бұл үш пікірдің конъюнкциясы да ақиқат: $((X \wedge U) \vee (\overline{X} \wedge \overline{U})) \wedge ((Y \wedge V) \vee (\overline{U} \wedge \overline{V})) \wedge ((Z \wedge W) \vee (\overline{Z} \wedge \overline{W})$.

Бұл пікірді түрлендіру үшін дизъюнкцияға қатысты конъюнкцияның дистрибутивтік заңын қолдану керек. Қорытындысында X, Y, Z, U, V, W айнымалыларына ДНФ болады. Бірақ оның нормаланған конъюнктивті бірмүшелері есептің шартына сәйкес 0–ге тең болады. X, Y, Z үш пікірдің екеуі ақиқат болғандықтан, $\overline{X} \wedge \overline{Y} \wedge Z$, $X \wedge \overline{Y} \wedge \overline{Z}$, $\overline{X} \wedge \overline{Y} \wedge Z$, $\overline{X} \wedge \overline{Y} \wedge \overline{Z}$ өзара көбейткіштері бар конъюнктивті бірмүшелері де 0–ге айналады. X, Y, Z үш пікірдің біреуі жалған болғандықтан $X \wedge Y \wedge Z$ өзара көбейткіштерінен тұратын кнъюнктивті бірмүше де 0–ге тең. Сонымен ДНФ формасының өзара көбейткіштері бар тек үш нормаланған конъюнктивті бірмүшесі қалады: $X \wedge Y \wedge \overline{Z}$, $X \wedge \overline{Y} \wedge Z$, $\overline{X} \wedge Y \wedge Z$. ДНФ формасының түрі $(X \wedge Y \wedge \overline{Z} \wedge U \wedge V \wedge \overline{W}) \vee (\overline{X} \wedge Y \wedge Z \wedge \overline{U} \wedge V \wedge W) \vee (X \wedge \overline{Y} \wedge Z \wedge U \wedge \overline{V} \wedge W)$.

қарастырылып отырған есептің ДНФ формасының түрі:

$X \wedge Y \wedge \overline{Z} \wedge A_1 \wedge \overline{C_3} \wedge B_1) \vee (\overline{X} \wedge Y \wedge Z \wedge \overline{A_1} \wedge C_3 \wedge B_1) \vee (X \wedge \overline{Y} \wedge Z \wedge A_1 \wedge C_3 \wedge \overline{B_1})$.

Бұл пікірдің ақиқаттылығы бұл– кемдегенде бір қарапайым конъюнктивтің ақиқат болуы. Барлық жағдайларды тізбекті түрде қарастырайық:

1) $X \wedge Y \wedge \overline{Z} \wedge A_1 \wedge \overline{C_3} \wedge B_1 = 1$. Онда $A_1 = 1$ және $\overline{C_3}$=1, осылайша C_3=0 және B_1 = 1. Бұл жағдай орынға ие бола алмайды, себебі A және B бірінші орынға ие болады.

2) $\overline{X} \wedge Y \wedge Z \wedge \overline{A_1} \wedge C_3 \wedge B_1 = 1$. Онда $\overline{A_1} = 1$, $\overline{C_3}$=1, $\overline{B_1} = 1$, және осылайша $A_1 = 0$, C_3=0 және B_1 = 0, яғни, орын үлестіру үшін екі мүмкіндік пайда болады: CAB, CBA;

3) $X \wedge \overline{Y} \wedge Z \wedge A_1 \wedge C_3 \wedge \overline{B_1} = 1$. Онда $A_1 = 1$, C_3=1,$\overline{B_1} = 1$, яғни $B_1 = 0$ және орындардың келесідей үлестірімі пайда болады: ABC.

Нәтижесінде үш шешім аламыз: ABC, CBA, CAB.

Мысал:

Төрт дос – Ақылбаев (A), Балғынбаев (B), Серікбаев (C) және Дүйсенбаев (D) жазғы демалысқа төрт әртүрлі қалаларға Астана, Орал, Семей және Талдықорғанға баруды шешті. Әрбіреуі қай қалаға барады, егер келесі шектеулер болса:

P) егер A Астанағ бармаса, онда C Оралға бармайды;

Q) егер B Астанаға да, Талдықорғанға да бармаса, онда A Астанаға барады;

R) егер C Талдықорғанға бармаса, онда онда B Семейге барады;

S) егер D Астанаға бармаса, онда B Астанаға барады;

T) егер D Оралға бармаса, онда B Астанаға бармайды;[2].

Шешуі: A_A белгісімен «A Астанаға барады», ал $\overline{A_A}$ белгісімен «A Астанаға бармайды»деп белгілейік. Соған сәйкес әріптермен келесі достарды да белгілейміз. Онда шектеулер төмендегідей болады:

P$\equiv \overline{A_A} \to \overline{C_O} \cong A_A \vee \overline{C_O}$;

Q$\equiv(\overline{B_A} \wedge \overline{B_T}) \to A_A \cong B_A \vee B_T \vee A_A$;

R $\equiv \overline{C_T} \to B_C \cong C_T \vee B_C$;

S$\equiv \overline{D_A} \to B_A \cong D_A \vee B_A$;

T$\equiv D_O \to \overline{B_A} \cong \overline{D_O} \vee \overline{B_A}$;

Осылайша әрбіреуі ақиқат болатындай пікірлердің конъюнкциясын құрамыз:

$$P \wedge Q \equiv (A_A \vee \overline{C_O}) \wedge (B_A \vee B_T \vee A_A) \cong (A_A \wedge B_A) \vee (\overline{C_O} \wedge B_A) \vee$$
$$\vee (A_A \wedge B_T) \vee (\overline{C_O} \wedge B_T) \vee A_A \vee (\overline{C_O} \wedge A_A) \cong (A_A \wedge B_T) \vee A_A \vee (\overline{C_O} \wedge$$
$$\wedge B_A) \vee (\overline{C_O} \wedge B_T) \cong A_A \vee (\overline{C_O} \wedge B_A) \vee (\overline{C_O} \wedge B_T);$$

$$P \wedge Q \wedge R \equiv (A_A \vee (\overline{C_O} \wedge B_A) \vee (\overline{C_O} \wedge B_T)) \wedge (C_T \vee B_T) \cong (A_A \wedge$$
$$\wedge (C_T \vee B_C)) \vee ((\overline{C_O} \wedge B_A) \wedge (C_T \vee B_C)) \vee (\overline{C_O} \wedge B_T \wedge (C_T \vee B_T)))$$
$$\cong (A_A \wedge C_T) \vee (A_A \wedge B_C) \vee (\overline{C_O} \wedge B_A \wedge C_T) \vee (\overline{C_O} \wedge B_A \wedge B_C)$$
$$\vee (\overline{C_O} \wedge B_T \wedge C_T) \vee (\overline{C_O} \wedge B_T \wedge B_C)$$
$$\cong (A_A \wedge C_T) \vee (A_A \wedge B_C) \vee (\overline{C_O} \wedge B_A \wedge C_T);$$

$$P \wedge Q \wedge R \wedge S \equiv ((A_A \wedge C_T) \vee (A_A \wedge B_C) \wedge (\overline{C_O} \wedge B_A \wedge C_T)) \wedge (D_A \vee \vee B_A) \cong (A_A \wedge C_T (\wedge D_A \vee B_A)) \vee (A_A \wedge C_T \wedge D_A) \vee (A_A \wedge C_T \wedge B_T) \vee (A_A \vee$$

$$\wedge B_C \wedge D_A) \vee (A_A \wedge B_C \wedge B_A) \vee (\overline{C_O} \wedge B_A \wedge C_T \wedge D_A) \vee (\overline{C_O} \wedge B_A \wedge C_T \wedge \wedge D_A) \vee (A_A \wedge B_C \wedge B_A) \vee (\overline{C_O} \wedge B_A \wedge C_T \wedge D_A) \vee (\overline{C_O} \wedge B_A \wedge C_T \wedge \wedge B_A) \cong \overline{C_O} \wedge B_A \wedge C_T.$$

Бірнеше түрлендіруден соң, біз бір адамның екі әртүрлі қалаға немесе екі әртүрлі адамның бір қалаға бару конъюнкциялары жалған екенін көреміз. Осылайша $\overline{C_O} \wedge B_A \wedge C_A$конъюнкциясы ақиқат, яғни B_A және C_T пікірлері ақиқат болып табылады. Т шарты мен B_A ақиқаттылығынан $\overline{D_O}$ – ақиқат, яғни D_O жалған болады. Онда A_O – ақиқат, осылайша D_C–те ақиқат. Сонымен А–Оралға, В–Астанаға, С– Талдықорғанға және D– Семейге барады.

Математикалық логика пәнін меңгеру барысында пікірлер алгебрасын қолданып әртүрлі логикалық есептерді шешуді жүзеге асыруда мүмкіндіктерді есептеудің тәсілдерін көрсетуді жөн көрдім. Логикалық есептер жоғары сыныптарда, математикалық олимпиадаларда, әр түрлі жарыстарда жиі қолданылады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1. Игошин В. И . «Математическая логика и теория алгоритмов»,Москва,
2008г.
2. Игошин В. И . «Задачи и упражнения по математической логике», Москва, 2007 г.
3. Досанбай П. Т. «Математикалық логика», Алматы, 2011 ж.

Қазақстандағы математика ғалымдарының жетістігі

Автор: «Математика» мамандығының 3 курс студенді Сарсенбекова А.Д.

Ғылыми жетекшісі: аға оқытушы, магистр Утина Р.К.

Қостанай мемлекеттік педагогикалық институтының,

Математика ғылымы адамзат өркениетінің ерекше бір бөлігі. Оның тарихы адамзаттың дамуымен тікелей байланысты.Сонау біздің заманымызға дейінгі Х ғасырда Вавилон,Үнді,Қытай,шығыстан бастау алған ғылым гректерде бір жүйелерге келіп,Арабияда жалғасып,XV–XVI ғасырларда Еуропада қаулап дамыды. Әсіресе оның қарқынды өсуі XVIII–XX ғасырларда болды.Дифференциалдық,интегралдық есептеулердің жаңалық ретінде ашылуы, алгебралық теңдеулердің шешулерін, әдістерін ойлап табу, Декарттық аналитикалық геометрияның басталуы математиканың қарқынды дамуына септігін тигізді. Математикалық әдіспен пайымдау жасау адамзаттың дүниетанымын тереңдетті.Қазіргі уақытта математика ғылымы мәуелі бәйтерек секілді бұтақтары кең жайылған қалың орман сияқты. Сол