

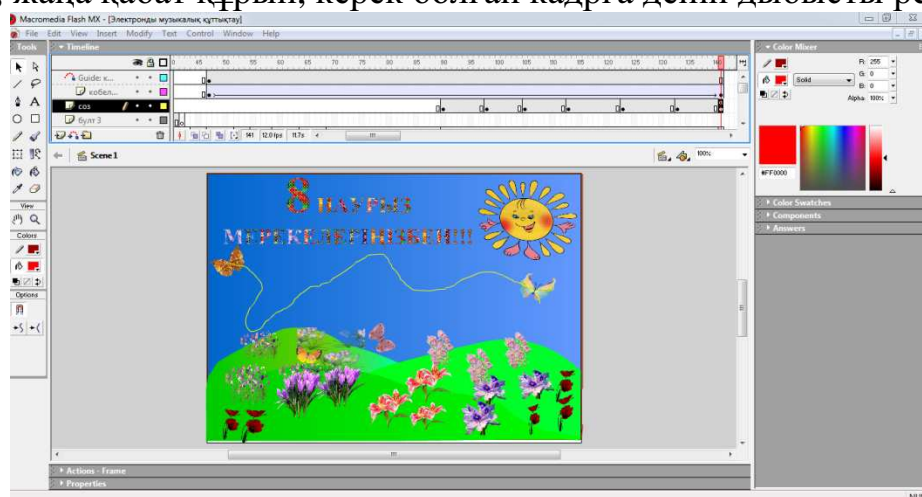
(кадрлар тізбегі). Қажет болған кадрға бейін **Insert → Create Motion Tween** командасын таңдап алу керек. Енді траекторияны жасайық. Ол үшін жылжу қабаты үшін траектория қабатын немесе **Guide**–қабат жасау керек. **Guide – бағыттаушы** деп аударуға болады. **Pencil Tool** құралын таңдап алайық. **Pencil Tool** ("қарындаш") құралы сызықтарды салады, онда бір баптауы бар – **Pencil Mode** (қарындаш режимі): **Straighten** ("түзету"), **Smooth** ("сглаживать") и **Ink** ("чернила") . **Pencil Mode** баптауында **Smooth** мәнін таңдап алып, көбелектің жылжу траекториясын сызайық. Сызықты салғаннан кейін көбелек оған жабысып қалады, енді дөңгелекті траекториядан жылжыта алмайсыз.

5. Мәтін енгізу

Бізге «*8 наурыз мерекелеріңізбен!!!*» мәтінін енгізіп, әсемдеп жазу үшін **Modify – Break Apart** командасын орындаңыз.

6. Дыбыс қосу.

Конвертелген дыбысты немесе өлеңді кітапхананың ішіне салып, жаңа қабат құрып, керек болған кадрға дейін дыбысты реттеп қоямыз.



Сурет – 2. Электронды құттықтаудың жалпы көрінісі.

ӘДЕБИЕТТЕР

1. Ермеков Н. Т. Е72, Компьютерлік графика: Оқулық. – Астана: Фолиант, 2007. – 172 б.
2. Ермеков Н. Т. Е72, Macromedia Flash MX: Оқулық. – Астана: Фолиант, 2007. – 180 б.
3. К. Шайқұлова А. Ә. Ш18, Бағдарламалық жасақтаманың қазіргі заманға жасақтары.:Оқулық, 2007. – 260 б.
4. Антонов Б. Macromedia Flash 8 –Москва.:Лучшие книги, 2006. – 208с.

Экстремум функции трех переменных

Автор: Даулбаева Д. К.

Научный руководитель: Искакова У. А.

Костанайский Государственный педагогический институт

В мире не происходит ничего, в чем бы не был виден смысл какого-нибудь максимума или минимума.

Л.Эйлер.

В математике исследование задач на максимум и минимум началось очень давно – двадцать пять веков назад, долгое время к задачам на отыскание экстремумов не было сколько-нибудь единых подходов. Но примерно триста лет назад – в эпоху формирования математического анализа – были созданы первые общие методы решения и исследования задач на экстремум.

Экстремум (лат. *extremum* – крайний) в математике – максимальное или минимальное значение функции на заданном множестве. Точка, в которой достигается экстремум, называется точкой экстремума. Соответственно, если достигается минимум – точка экстремума называется точкой минимума, а если максимум – точкой максимума. В математическом анализе выделяют также понятие локальный экстремум (соответственно минимум или максимум).

Говорят, что функция $f(x, y)$ имеет максимум (минимум) $f(a, b)$ в точке $P(a, b)$, если для всех отличных от P точек $P'(x, y)$ в достаточно малой окрестности точки P выполнено неравенство $f(a, b) > f(x, y)$ (или соответственно $f(a, b) < f(x, y)$). Максимум или минимум функции называется ее экстремумом. Аналогично определяется экстремум функции трех и большего числа переменных.

Необходимые условия экстремума.

Точки, в которых дифференцируемая функция $f(x, y)$ может достигать экстремума (так называемые стационарные точки), находятся путем решения системы уравнений

$$\begin{cases} f'_x(x, y) = 0 \\ f'_y(x, y) = 0 \end{cases} \quad (1) \text{ (необходимые условия экстремума).}$$

Система (1) эквивалентна одному уравнению $df(x, y) = 0$. В общем случае в точке экстремума $P(a, b)$ функция $f(x, y)$ или $df(a, b) = 0$, или $df(a, b)$ не существует.

Достаточные условия экстремума.

Пусть $P(a, b)$ – стационарная точка функции $f(x, y)$, т.е. $df(a, b) = 0$.

Тогда

а) если $d^2f(a, b) < 0$ при $dx^2 + dy^2 > 0$, то $f(a, b)$ есть максимум функции $f(x, y)$;

б) если $d^2f(a, b) > 0$ при $dx^2 + dy^2 > 0$, то $f(a, b)$ есть минимум функции $f(x, y)$;

в) если $d^2f(a, b)$ меняет знак, то $f(a, b)$ не является экстремумом функции $f(x, y)$.

Приведенные условия эквивалентны следующим: пусть $f'_x(a, b) = f'_y(a, b) = 0$ и $A = f''_{xx}(a, b), B = f''_{xy}(a, b), C = f''_{yy}(a, b)$. Составим дискриминант

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{vmatrix} = AC - B^2.$$

Тогда:

- 1) если $\Delta > 0$, то функция имеет экстремум в точке $P(a, b)$, а именно максимум, если $A < 0$ (или $C < 0$) и минимум, если $A > 0$ (или $C > 0$);
- 2) если $\Delta < 0$, то экстремума в точке $P(a, b)$ нет;
- 3) если $\Delta = 0$, то вопрос о наличии экстремума функции в точке $P(a, b)$ остается открытым (требуется дальнейшее исследование).

Для функции трех переменных необходимые условия существования экстремума аналогичны условиям (1), а достаточные условия аналогичны условиям а), б), в).

Рассмотрим нахождение экстремумов функции трех переменных на конкретном примере.

Пример 1. Найти экстремумы функции $u = x^2 + y^2 + z^2 - xy + x - 2z$.

Решение. Для того чтобы найти стационарные точки, найдем производные первого порядка, и составим систему уравнений (1).

Найдем частные производные:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2x - y + 1, \frac{\partial u}{\partial y} = 2y - x, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 2z - 2$$

$$\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ 2y - x = 0 \\ 2z - 2 = 0 \end{cases}$$

Из 2-го уравнения получаем $x = 2y$ (2). Теперь подставляем, полученное значение x в уравнение 1:

$$2 \cdot 2y - y + 1 = 0$$

$$3y = -1$$

$$y = -\frac{1}{3}$$

Подставляем, полученное значение y в уравнение (2). Получаем $x = 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$.

Из 3-го уравнения получаем, что $z = 1$.

Получили стационарную точку с координатами $P\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 1\right)$.

Найдем производные второго порядка

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 2, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 2, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = -1, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} = 0, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} = 0$$

и составим дискриминант для функции трех переменных

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \end{vmatrix}$$

подставим и вычислим определитель любым известным методом (воспользуемся методом Сарриуса).

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 + (-1) \cdot 0 \cdot 0 + (-1) \cdot 0 \cdot 0 - (0 \cdot 2 \cdot 0 + (-1) \cdot (-1) \cdot 2 + 0 \cdot 0 \cdot 2) = 8 - 2 = 6 > 0, \Rightarrow$$

функция имеет экстремум в точке $P\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 1\right)$, так как $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} > 0$, то точка является точкой минимума.

Аналогично находятся экстремумы функции нескольких переменных.

Пікірлер алгебрасын логикалық есептерді шешуде қолдану

Автор: «Математика» мамандығының 3 курс студенті Дауқариева

С. Б.

Ғылыми жетекшісі: Раисова Г.Т. – аға оқытушы,

Қостанай мемлекеттік педагогикалық институты

Пікірлер алгебрасы «логикалық» деп аталатын біртекті есептерді шешу үшін табысты түрде қолданылуы мүмкін. Осы есептерді пайыммен шешуге болады, бірақ мұндай пайымдаулардың жолы әрқашан айқын бола бермейді. Пікірлер алгебрасын қолдану берілген есептерді шешетін жалғыз және жеткілікті жалпы әдістерін береді.

Пікірлер алгебрасы әдісімен шығатын логикалық есептердің кейбір ерекшеліктерін белгілейік. Осындай есептерде пікірлердің қатары бар болады. Олардың кейбіреулері ақиқат, кейбіреулері жалған болады, бірақ қайсысы ақиқат, я жалған екені белгісіз. Мысалы, U, V, W үш пікір бар, олардың екеуі ақиқат, ал біреуі жалған. Ақиқат (немесе жалған) болатынын біле отырып, бұл шарттарды ескеріп, пікірлерден әлдебір күрделі пікір құру