6) $\sqrt{\frac{64a^4c^6}{81x^4y^2}}$

19. Найдите значения корня:

1) $\sqrt{\frac{165^2-124^2}{164}}$

2) $\sqrt{\frac{98}{176^2-112^2}}$

3) $\sqrt{\frac{149^2-76^2}{457^2-384^2}}$

4) $\sqrt{\frac{145{,}5^2-96{,}5^2}{193{,}5^2-31{,}5^2}}$

20. Упростите выражение :

1) $\sqrt{64a^{10}b^6},\ \ a>0, b>0$

2) $\sqrt{25a^{16}x^{10}}\ ,\ x<0$

3) $\frac{b}{a}\sqrt{\frac{a^2}{b^4}}\ ,\ a>0, b>0$

4) $4x^2y\sqrt{\frac{x^{10}}{36y^{12}}}\ ,\ x<0$

21. Упростите выражение:

1) $a^2+a\sqrt{3a}+3a+3\sqrt{3a}+9,\ a>0$

2) $4x^2-2x\sqrt{2x}+2x-\sqrt{2x}+1,\ x>0$

22. Докажите, что:

1) $\frac{3}{5}\sqrt{\frac{a}{0.36}}=\sqrt{a}$

2) $\frac{5}{2}\sqrt{\frac{b}{0{,}0625}}=10\sqrt{b}$

3) $\frac{8}{5}\sqrt{\frac{x}{4}}*\sqrt{\frac{y}{0{,}64}}=\sqrt{xy}$

4) $\frac{38}{33}\sqrt{\frac{3z}{4}}*\sqrt{\frac{363}{361}}=\sqrt{z}$

Список использованных источников:

1. Саранцев Г.И. Методологические основы школьного учебника математики // Педагогика. 2003.
2. Леоньтев А.Н.Проблемы развития психики. – М.: 1972.
3. А. Абылкасымова, И.Бекбоев, А.Абдиев, З.Жумагулова. – Алматы: Издательство «Мектеп», 2008.

О некоторых вопросах сравнений второй степени

Автор: Омарова Д.А.

Научный руководитель: Садыкова Б.Б.

Костанайский государственный педагогический институт

Многие разделы теории чисел используются для защиты передаваемой информации, поэтому развитие этих разделов играет большую роль в современном информационном обществе.

В данной работе доказываетсятеоремао значении суммы символа Лежандра для специально построеного ряда вычетов. Также в работе рассматриваются утверждение теоретического характера и числовой пример. Основные общие понятия и определения можно найти [2,с.167], [3,с.397], [4].

Остальные приведенные здесь понятия и определения взяты из [1,с.68]

Общий вид сравнения 2–ой степени по простому модулю p имеет вид $c_0x^2+c_1x+c_2\equiv 0(mod p)$.

В качестве модуля p мы будем брать нечетные простые числа. При $p=2$ решения, если они есть, находятся испытанием классов $\bar{0}$ и $\bar{1}$.

Теорема 1. *При* $p>2$ *сравнение* $c_0x^2+c_1x+c_2\equiv 0\ (mod p)$ *эквивалентно некоторому сравнению вида*

$(x+c)^2\equiv a(mod p)$.

Если обозначить $x+c$ через z, то вопрос о существовании решений и нахождении этих решений для любого сравнения 2–ой степени сводится к исследованию сравнения $z^2\equiv a(mod p)$.

В этой работе мы будем рассматривать только такие сравнения, записывая их в виде $x^2\equiv a(mod p)$, причем будем считать a не принадлежащим нулевому классу.

Теорема 2. *Необходимым и достаточным условием того, чтобы* a *было квадратичным вычетом по простому модулю* p, *является справедливость сравнения*

$a^{\frac{p-1}{2}}\equiv 1\ (mod p)$.

Определение. *Пусть* p *– простое число,* $p>2$. *Символ Лежандра* $\left(\frac{a}{p}\right)$ *обозначается* $+1$ *или* -1, *смотря по тому, будет ли* a *квадратичным вычетом или невычетом по модулю* p, *то есть:*

$$\left(\frac{a}{p}\right)=\begin{cases}+1, \text{если } a-\text{квадратичный вычет по модулю } p,\\ -1, \text{если } a-\text{квадратичный невычет по модулю } p.\end{cases}$$

Другими словами, $\left(\frac{a}{p}\right)$ равно $+1$, если сравнение $x^2\equiv a\ (mod\ p)$ имеет два решения, и $\left(\frac{a}{p}\right)$ равно -1, если это сравнение не имеет решений.

Запишем ряд свойств символа Лежандра, непосредственно вытекающих из определения квадратичных вычетов и невычетов, которые необходимы для доказательства решений сравнения второй степени по простому модулю. Поскольку символ $\left(\frac{a}{p}\right)$ определен у нас только для простых модулей $p>2$, то запись $\left(\frac{a}{p}\right)$ во всех следующих теоремах будет означать, что p и a удовлетворяют этим условиям.

Свойство 1. $\left(\frac{ab\ldots l}{p}\right)=\left(\frac{a}{p}\right)\left(\frac{b}{p}\right)\ldots\left(\frac{l}{p}\right)=\left(\frac{ab^2}{p}\right)$.

Свойство 2. Если p и q – простые нечетные, то (закон взаимности квадратных вычетов) $\left(\frac{q}{p}\right)=(-1)^{\frac{p-1}{2}*\frac{q-1}{2}}\left(\frac{p}{q}\right)$.

Свойство 3. Если $a \equiv a_1 (mod\ p)$, то $\left(\frac{a}{p}\right) = \left(\frac{a_1}{p}\right)$.

Свойство 4. $\left(\frac{a^2}{p}\right) = 1.$

Пример. *Вычислить символ Лежандра* $\left(\frac{125}{1329}\right)$

Для вычисления символа Лежандра, воспользуемся его свойствами.

1. По теореме 1 $\left(\frac{125}{1329}\right) = \left(\frac{5*5^2}{1329}\right) = \left(\frac{5}{1329}\right)$.

2. Согласно теореме 2 $\left(\frac{5}{1329}\right) = (-1)^{\frac{5-1}{2}*\frac{1329-1}{2}}\left(\frac{1329}{5}\right) =$

$= (-1)^{\frac{4}{2}*\frac{1328}{2}}\left(\frac{1329}{5}\right) = (-1)^{2*664}\left(\frac{1329}{5}\right) = (-1)^{1328}\left(\frac{1329}{5}\right) = \left(\frac{1329}{5}\right)$

3. По теореме 3 $\left(\frac{1329}{5}\right) = \left(\frac{4}{5}\right)$, так как число 1329 при деление на 5 дает остаток 4.

4. Согласно теореме 4 $\left(\frac{4}{5}\right) = \left(\frac{2^2}{5}\right) = 1$

Ответ: Символ Лежандра $\left(\frac{125}{1329}\right) = 1.$

Утверждение. *Найти решения вида сравнения (в случае его возможности)*

$x^2 \equiv a\ (mod\ p); \quad p = 4m + 3.$

Согласно теореме 2 $a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1\ (mod p)$,при $\left(\frac{a}{p}\right) = 1$ имеем $a^{\frac{4m+2}{2}} \equiv 1\ (mod p), a^{2m+1} \equiv 1\ (mod p)$.Тогда по теореме 1 сравнение $a^{2m+1} \equiv 1\ (mod p)$ мы можем записать как $(a^{m+1})^2 \equiv a(mod p)$. Зная что, $x^2 \equiv a(mod p)$, сравнение $x^2 \equiv a(mod p)$,где$p = 4m + 3$ будет иметь решение $x \equiv \pm a^{m+1}(mod p)$.

Докажем теорему о значении суммы символа Лежандра для специально построеного ряда вычетов.

Пусть $\left(\frac{a}{p}\right) = 0$ *при* $(a, p) = p$.

При $(k, p) = 1$ *доказать, что*

$$\sum_{x=0}^{p-1}\left(\frac{x\,(x+k)}{p}\right) = -1.$$

Для каждого$x, (x, p) = 1$ определим обратныйx': $xx' \equiv 1(mod p)$. Заметим, что $\left(\frac{(x')^2}{p}\right) = 1.$

$$\left(\frac{x\,(x+k)}{p}\right) = \left(\frac{x\,(x+k)}{p}\right)\left(\frac{(x')^2}{p}\right) = \left(\frac{xx'(xx'+kx')}{p}\right) = \left(\frac{1+kx'}{p}\right),$$

где $kx + 1$ пробегает полную систему вычетов, кроме 1.

А так как ненулевых квадратичных вычетов и невычетов одинаково в полной системе вычетов, то учитывая, что $\left(\frac{a}{p}\right) = 0$ при$(a, p) = p$ и, что один квадратичный вычет, получаем, что квадратичных невычетов на один больше квадратичных вычетов. Что и требовалось доказать.

Список использованной литературы:
1. И.М.Виноградов «Основы теории чисел» 1981.
2. А.А. Бухштаб «Теория чисел» 1960
3.Л.Я. Куликов « Алгебра и теория чисел» 1979.
4. Статья http://allmath.ru/highermath/algebra/theorychisel–ugu/22.htm

Macromedia Flash бағдарламасымен жұмыс жасау және оның мүмкіндіктері

Автор: Пердебаева Ұ. Б.
Ғылыми жетекшісі: Оспанова Ш. Б. аға оқытушы
Қостанай мемлекеттік педагогикалық институты

Flash технологиясының негізі векторлық графикалық форматынан Shockwave Flash (SWF) құрылды. Бірақ бұл ең алғаш векторлық формат емес, SWF құрушылары ойдағыдай тапқан графиканың бейнелеу мүмкіндігі арасындағы үйлесімді, онымен жұмыс жасайтын инструментальді құралдар және қорытындысында Web – парақтарының қосылуының механизмі.

SWF қосымшасының артықшылығы оның жеңіл тасымалдауында, яғни бұл формат әртүрлі аппараттық – программалық платформада қолданылады (сонымен қатар, ОЖ – сі Mac OS Macintosh компьютерлер және Windows ОЖ – мен жабдықталған IBM компьютерлері).

Тағы бір SWF – тың ерекшелігі: құрылған негізгі бейнелер тек анимацияланып ғана қоймай, сонымен қатар олар қосымша интербелсенді элементтер мен аудио құрылғылардың болуына мүмкіндік туғызады.

Интербелсенді мультимедиялық қосымшалардың тасымалдауы мен құру мүмкіндігінің күрт өсуі танымал SWF форматының Web – дизайнерлердің ортасында орындалады. Сондықтан бұл форматтың пайда болуы Macromedia фирмасында Plug_In компонентінің қоса салынған 2 негізгі желі браузері үшін құрылған: Internet Explorer және Nestcape Communicator.

SWF форматының тарауына Бүкіләлемдік компьютерлік желі көп әсерін тигізді.

SWF форматының танымал болуының тағы бір себебі, Macromedia фирмасы бұл форматтың жеңіл және оңай құрал – саймандармен қолданылуы.

Мультимедиялық презинтациялар құру үшін – Macromedia Director Shockwave Studio, ал графикалық бейнелерді салу үшін – Macromedia Freehand, Macromedia Fireworks, интербелсенді оқытушы курстарын құру үшін – Macromedia Authorwave, Macromedia Course Builder.

Сондықтан да Web – публикациясының ішінде ең танымал, әрі жеңіл қолдануына ыңғайлы болып келетін – Macromedia Flash болып табылады.

Macromedia Flash Web – парақтарын толық құруға және әрбір сайттың анимациясымен безендірілуіне мүмкіндік береді. SWF форматының көмегімен, оны әдетте Flash деп атап кетті.