

МАТЕМАТИКА ЖӘНЕ КОМПЬЮТЕРЛІК ГРАФИКА

MATHEMATICS AND COMPUTER GRAPHICS

Оспанова Ш.Б, Искакова С.Б

Қостанай мемлекеттік педагогикалық институты, Қостанай қ, Қазақстан

Қазіргі кезде компьютерлік математика өте маңызды және де информатика мен математикада ғылыми бағыт ретінде кеңінен даму үстінде. Соңғы жылдары бүкіл әлемде университеттік және инженерлі – техникалық ортада компьютерлік CorelDraw жүйесі кеңінен қолданылуда.

CorelDraw қосымшасының жақсы жерлерінің бірі – 2D және 3D өлшемді графикалар. Мұндағы графикалар әр түрлі түстерге боялып және адамның көзіне ерекше түсінікті болып көрінеді. Жүйенің мүмкіндіктері өте күрделі, ал оның орындау жылдамдығы көптеген басқа жүйеледен тез.

Компьютерлік графикада Безье қисығының тапсырмалары мен манипуляцияларын орындауы жеңілрек болады. Қисық тұтастай өзінің тіреуіш нүктесінің томпақ қабықшасында жатады. Қисықтарды бұл қасиеті бір жағынан қисықтарды қиылысу нүктесін табу кезінде жеңілдетеді, (егер тіреуіш нүктелердің томпақ қабықшалары қиылыспаса, онда қисықтарда қиылыспайды) екінші жағынан графикалық интерфейсте қолданушыға түсінікті етіп қисықтарды басқаруын тіреуіш нүктелері көмегімен жеңілдетеді. Сонымен қатар, қисықтарға аффиндік түрлендіру жасау үшін тіреуіш нүктелерге тиісті трансформация жасау керек.

Бірінші және екінші деңгейде Безье қисығының мәні көбірек (квадраттық және текше). Жоғары деңгейлі қисықтар өңдеу кезінде кең көлемді есептеуді қажет етеді және практикада сирек кездеседі. Күрделі сызықтарды құру кезінде кейбір Безье сызықтары сплайн Безье сызықтарын құруы мүмкін. Екі қисықтардың қиылысуы кезінде сызықтардың тегістігін қамтамасыз ету үшін, үш тіреуіш нүктелер бір сызықта жатуы керек. Осы сияқты фрагменттер AdobeIllustrator немесе Inkscape сияқты векторлық программаларда жол деген атпен танымал.

Қисық Безье

Қисық Безье немесе қисық - сі ХХғасырдың 60 жылдарында бір біріне тиісті Пьером Безье (PierreBézier), «Рено» және Подем де Кастельжо (PauldeFagetdeCasteIjau) автомобильдік компаниясының,атвомашиналар кузовтарын жобалау «Ситроен» компаниясында жүзеге асырды. Кастельжо Базьеден бірнеше жыл ерте пайда болсада, Компанияда ол жайлы мағлұматтар 1960 жылға дейін ашылмай келген. Қисық Базье Бернштейнның кездейсоғы болып табылады Сергей Натановичем Бернштейнның жазылуында 1912 жылы.

1962 жылы бірінші рет француз инженері Пьером Безье көп халық алдында жарияланған.

Безьенің есімімен қисықтар, ал Кастельжонның есімімен қисықтар анықтамасының амалдары аталған.Осылардың пайда болуы, компьютерлік графикада, маңызды болды.

Қисық Безье-параметрлік қисық келесі түрде беріледі:

$$\mathbf{B}(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{P}_i b_{i,n}(t), \quad 0 \leq t \leq 1$$

Бұл жерде \mathbf{P}_i векторлық төбе, ал $b_{i,n}(t)$ Базистік функциялар қисық Безьенің, Бернштейн полиномасы

$$b_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}$$

Бұл жерде $\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$ ұқсастықтар саны, n-нің i-ге, n полином дәрежес, i реттік номері.

Қисық Безье түрлері: Сызықтық қисық

$N=1$ қисық тура жолдың үзіндісін, P_0 және P_1 нүктелері басы мен соңын анықтайды. Қисық келесі теңдік бойынша: $\mathbf{B}(t) = (1-t)\mathbf{P}_0 + t\mathbf{P}_1$ $t \in [0, 1]$.

Квадраттық қисық Безье ($n = 2$) 3 нүктемен беріледі: P_0, P_1 және P_2 .

$$\mathbf{B}(t) = (1-t)^2\mathbf{P}_0 + 2t(1-t)\mathbf{P}_1 + t^2\mathbf{P}_2, \quad t \in [0, 1]$$

Квадраттық қисық Безье сплайндар құрамында формаларды шығару үшін қолданылып, символдар мен шрифттарда TrueType және SWF файлдарда, сол сияқты кубтық қисық Безьеде қолданылады.

$$t = \frac{P_0 - P_1 \pm \sqrt{(P_0 - 2P_1 + P_2)B + P_1^2 - P_0P_2}}{P_0 - 2P_1 + P_2}, \quad P_0 - 2P_1 + P_2 \neq 0$$

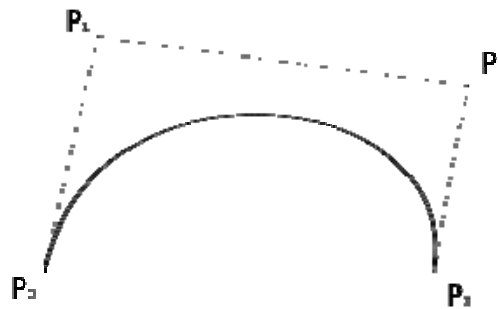
$$t = \frac{B - P_0}{2(P_1 - P_0)}, \quad P_0 - 2P_1 + P_2 = 0, \quad P_0 \neq P_1$$

$$t = \sqrt{\frac{B - P_0}{P_2 - P_1}}, \quad P_0 = P_1 \neq P_2$$

Кубтық қисықтар

Кубтық қисық Безье ($n = 3$) келесі теңдік бойынша беріледі.

$$\mathbf{B}(t) = (1-t)^3\mathbf{P}_0 + 3t(1-t)^2\mathbf{P}_1 + 3t^2(1-t)\mathbf{P}_2 + t^3\mathbf{P}_3, \quad t \in [0, 1]$$



Кубтық қисық Безье

P_0, P_1, P_2 және P_3 нүктелері,

P_0 нүктесінен басталып, P_1 нүктесіне бағыттталып, P_3 нүктесінде аяқталып, P_2 жағынан келеді. Қисық P_1 және P_2 нүктесінен өтпейді, оның бағытын анықтау үшін пайдаланылады.

P_0 және P_1 ортасында қиынды ұзындығы анықталып, P_3 ке қисық бұрылады.

Матрицада Кубтық қисық Безье келесі түрде беріледі:

$$\mathbf{B}(t) = [t^3 \quad t^2 \quad t \quad 1] \mathbf{M}_B \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

Бұл жерде \mathbf{M}_B Безьенің базистік матрицасы:

$$\mathbf{M}_B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Заманауи графикалық системада, атап өтсек: PostScript, AdobeIllustrator және Portable DocumentFormat (PDF) форматта, ScalableVectorGraphics (SVG), Metafont, CorelDraw и GIMP қисықсыздықты форма үшін Безьенің сплайндары, кубтық қисықтан құралады. Сондай ақ SVGБезьенің 4-ші деңгейіне де қолданады.

Сызықтық қисық:

t параметрлік функциясы, P_0 және P_1 иарасындағы қашықтықты анықтап, $\mathbf{B}(t)$ да табылады. Мысалы, $t = 0,25$ $\mathbf{B}(t)$ функциясында P_0 P_1 нүктелеріне сәйкес келеді. Мысалы t 0 дан 1 ге дейін, ал $\mathbf{B}(t)$ P_0 және P_1 . нүктелерінің арасын суреттейді.



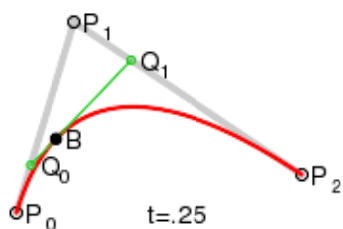
Квадраттық қисық

Квадраттық қисық құру үшін Q_0 және Q_1 нүктелері t параметрі 0дан 1 ге дейін өзгеру үшін қажет.

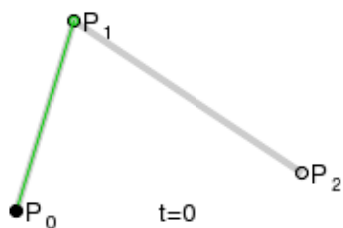
Q_0 нүктесі P_0 ден P_1 ге дейін ауысады сызықтық қисық Безье бойынша

Q_1 нүктесі P_1 ден P_2 ге дейін ауысады сызықтық қисық Безье бойынша

B нүктесі Q_0 ден Q_1 дейін ауысып, Квадраттық қисық Безье бойынша суреттейді



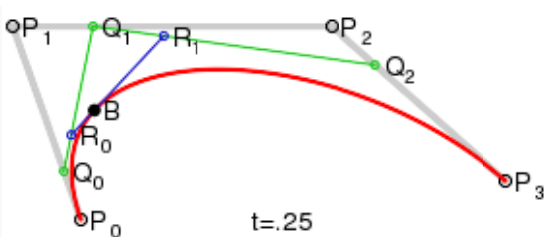
Квадраттық қисық Безьенің құрылуы



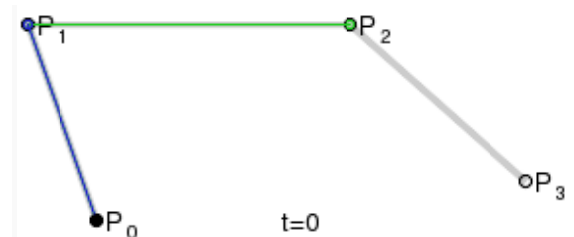
анимация $t: [0; 1]$

Жоғарғы дәреженің қисықтары

Көбінесе аралық нүктелер мен жоғары қисық сызық сызық тәртібінің құрылысын сұрайды. Текше қисық үшін Q_0, Q_1 және Q_2 қисық сызық, ал және де R_0 және R_1 нүктелерінің квадратты қисықтары: $p_0q_0/p_0q_1=q_1p_1/p_1p_2=bq_0/q_1q_0$ жай деңгейдегі қисықтар

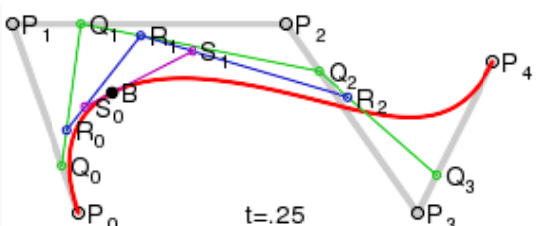


Текше безье қисығының құрылысы

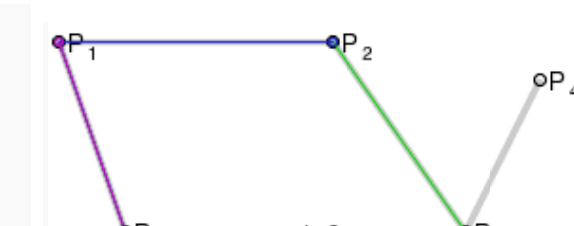


Анимация $t: [0; 1]$

Қисықтың төртінші деңгейіндегі нүктелер Q_0, Q_1, Q_2 және Q_3 , сызықтық қисықтардың түрлері R_0, R_1 және R_2 , сонымен қатар, квадраттық қисықтың жазылуы, және де S_0 және S_1 текше Безье қисығының суреттелулері:

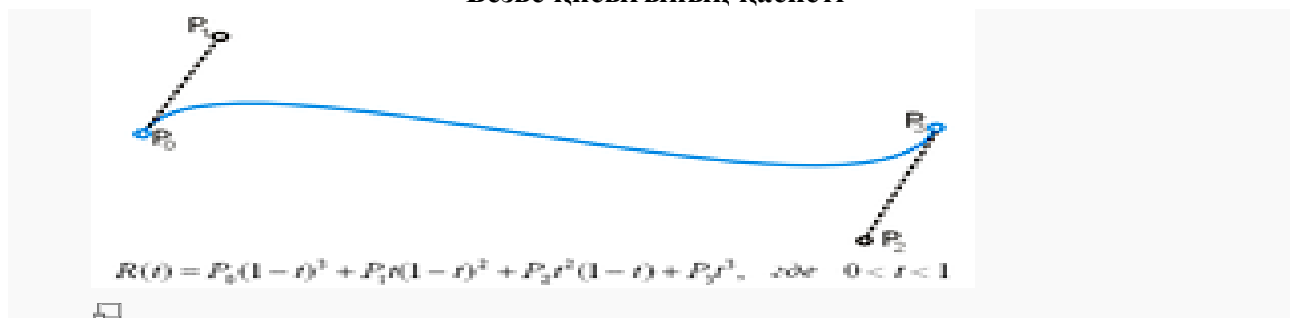


Безье қисығының төртінші деңгейінің құрылысы



Анимация $t: [0; 1]$

Безье қисығының қасиеті



- Бастапқы және соңғы нүктелерімен үзіліссіз қосылған сегменті;
 - Қисық сызық әрқашан ішкі фигурада, сызықтықтарды, бақылау нүктелердің қосылуында жатады;
 - Екі бақылау нүктелер сегменті өзімен түзу сызықты ұсынады;
 - Түзу сызық коллинеарлы басқарушы нүктелерде орналасады (бір түзу бойында);
 - Безье қисығы симметриялы, бастапқы және соңғы нүктелер арасында орын ауыстырғанда (траекторияның бағытының өзгерісі) қисықтың пішініне әсер етпейді;
 - Масштабтауды және пропорцияның өзгерісін Безье қисығы оның тұрақтылығының бұзбайды, себебі ол «аффинно инвариантна» математикалық көзқарасы;
 - Координатының өзгеруі бір нүктеден барлық түрдегі Безье қисықтарын өзгертеді.
 - Қисықтың дәрежесі әрқашан бақылаушы нүктеден бір сан төмен. Мысалы, үш бақылаушы нүктелердің қисық түрі – парабола.
 - Параметрлік Безье қисығында шеңбер салу мүмкін емес;
 - Безье қисығын параллельді құруға болмайды(түзулер және ұқсас қисықтар).
- Қорыта келгенде бұл күшті жүйенің барлық мүмкіндіктерін қарастырып, CorelDraw-дың өте өзіне тартымды жүйе екеніне көз жеткіздік.

ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. Потапов А. А., Пахомов А. А., Никитин С. А., Гуляев Ю. В., Новейшие методы обработки изображений. – М.: Физматлит, 2008. – 496 с.
2. К. Айсмани, У. Палмер, Ретуширование и обработка изображений в Photoshop, 3-е издание. М: Вильямс, 2008. — 560 с.
3. Степаненко О. С., Сканеры и сканирование. Краткое руководство. – М.: Диалектика, 2005. – 288 с.
4. Д. В. Иванов, А. А. Хропов, Е. П. Кузьмин, А. С. Карпов, В. С. Лемпицкий, Алгоритмические основы растровой графики, 2007. Учебное пособие.
5. Дьяконов В. П., MATLAB 6.5 SP1/7/7 SP1/ Работа с изображениями и видеопотоками. – М.: СОЛОН-Пресс, 2010. – 400 с.
6. Гонсалес Р., Вудс Р., Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2005, 2006. – 1072 с.

МАТЕМАТИКА МЕН ФИЗИКАНЫҢ ПӘНАРАЛЫҚ БАЙЛАНЫСТЫ ЖҮЗЕГЕ АСЫРУ

IMPLEMENTATION OF INTERSUBJECT COMMUNICATION BETWEEN MATHEMATICS AND PHYSICS

Сағымбаев М.Т.

«Семенов орта мектебі»ММ, Қостанай ауданы, Қостанай обл.,Қазақстан

Қазіргі кезде білімнің интеграциялануын қамтамасыз ету, оның ғылыми деңгейін арттыру, тұтастай алғанда оқушылардың танымдық әрекетіне тән дағдыларды қалыптастыру