ПСЕВДООТРАЖЕНИЯ И ОТРАЖЕНИЯ В ВЕКТОРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

PSEUDO-REFLECTIONS AND REFLECTIONS IN VECTOR SPACE

Саналин С.М.
Костанайский государственный педагогический институт, г. Костанай, Казахстан

В работе рассматриваются конструкции, связанные с понятиями псевдоотражения и отражения для К-модулей, аналогичные конструкциям для векторных пространств.

Определение 1.Эндоморфизм s векторного пространства V называется псевдоотражением, если эндоморфизм 1-s имеет ранг 1 /1, с. 82/.

Пусть s – псевдоотражение в V и D – образ 1-s. По определению размерность D равна 1. Поэтому при заданном векторе $a\neq 0$ из D существует ненулевая линейная форма a^* на V, такая, что $x-s(x)=\langle x,a^*\rangle_{\bullet}a$ для любого x из V.

Обратно, пусть заданы вектор $a\neq 0$ в V и линейная форма $a^*\neq 0$ на V; формула

$$s_{a,a^*}(x)=x-\langle x,a^*\rangle_{\bullet}a \quad (x\in V)$$

определяет псевдоотражение s_{a,a^*}. Образ эндоморфизма 1-s_{a,a^*} порождается вектором a, а ядром служит гиперплоскость в V, состоящая из x, таких, что $\langle x,a^*\rangle=0$. Если V^* – дуальное к V пространство, то ясно, что эндоморфизм $s_{a^*,a}$ пространства V^*, сопряженный с s_{a,a^*}, является псевдоотражением, определенным по формуле

$$s_{a^*,a}(x^*)=x^*-\langle x^*,a\rangle_{\bullet}a^* \quad (x^*\in V^*)$$

Назовем псевдоотражением (вдоль) ненулевого вектора a любое псевдоотражение s, для которого a принадлежит образу 1-s. Гиперплоскостью псевдоотражения s назовем ядро эндоморфизма 1-s, т. е. множество векторов x, таких, что $s(x)=x$.

Определение 2. Отражением в пространстве V мы называем любое псевдоотражение s, для которого $s^2=1$ /1, с. 84/.

Определение 3. Пусть K – ассоциативное кольцо с единицей и V – аддитивно записываемая абелева группа. Пусть, далее, задано отображение $(x,v)\mapsto xv$ из $K\times V$ в V, удовлетворяющее условиям:

1. $x(u+v)=xu+xv,$
2. $(x+y)v=xv+yv,$
3. $(xy)v=x(yv),$
4. $1\cdot v=v$

для всех $x,y\in K, u,v\in V.$ Тогда V называется K – модулем /2, с. 452/.

Определение 4. Пусть V, W – векторные пространства над полем P. Тогда существуют векторное пространство T над P и билинейное отображение $\tau: V\times W\to T$, удовлетворяющее условиям:

1. если $v_1,\dots,v_k\in V$ линейно независимы и $w_1,\dots,w_k\in W$, то $\sum_{i=1}^{k}\tau(v_i,w_i)=0\Rightarrow w_1=0,\dots,w_k=0$;

2. если $w_1,\dots,w_k\in W$ линейно независимы, то $\sum_{i=1}^{k}\tau(v_i,w_i)=0\Rightarrow v_1=0,\dots,v_k=0$;

3. τ – сюръективное отображение, т. е. $T=\langle\tau(v,w)\mid v\in V,w\in W\rangle_P$.

Пару (τ,T), однозначно определенную, с точностью до изоморфизма, по заданным векторным пространствам V, W, называют тензорным произведением этих пространств /2, с. 406/.

Пусть K – коммутативное кольцо с единицей, E – K – модуль и E^* – дуальный к нему модуль/2, с. 172/. Обозначим через φ канонический гомоморфизм модуля $E \otimes E^*$ в End(E) /3, с. 254/.

Назовем псевдоотражением в E любой отличный от 1 элемент из End(E) вида

$$s_{x,y^*} = 1 - \varphi(x \otimes y^*),$$

где $x \in E$ и $y^* \in E^*$. Такой элемент s называется отражением, если можно выбрать x и y^*, связанные соотношением $\langle x, y^* \rangle = 2$. Покажем, что тогда $s^2=1$ и $s(x) = -x$.

$\varphi(x \otimes y^*)(x) = \langle x, y^* \rangle (x)$ /1, с. 82/

$$s_{x,y^*}(x) = (1 - \varphi(x \otimes y^*))(x) = x - \varphi(x \otimes y^*)(x) = x - \langle x, y^* \rangle (x) = x - 2x = -x,$$

откуда $s(x)=-x$

$$s_{x,y^*}(s_{x,y^*}(x)) = s_{x,y^*}(-x) = (1 - \varphi(x \otimes y^*)(-x) =$$

$$= -x - \varphi(x \otimes y^*)(-x) = -x - \langle x, y^* \rangle (-x) = -x + 2x = x,$$

откуда $s^2=1$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Н. Бурбаки. Группы и алгебра Ли. Москва «МИР» 1972 г.
2. А. И. Кострикин. Введение в алгебру. Москва «НАУКА» 1977 г.
3. А. И. Кострикин, Ю. И. Манин. Линейная алгебра и геометрия. Москва «НАУКА» 1986 г.

ОБ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ С ВЕСОМ СУММЫ РЯДОВ ПО СИСТЕМЕ УОЛША СО СПЕЦИАЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

ABOUT INTEGRABILITY WITH WEIGHT OF THE SUM OF RANKS ON SYSTEM UOLSH WITH SPECIAL FACTORS

Смирнова С.В.

Рудненский индустриальный институт,г. Рудный, Казахстан

Функции Уолша после появления компьютеров, в которых в основном используется представление чисел в двоичной системе счисления, нашли широкое применение в различных областях математики, физики, радиотехники, электроники.

Широкий диапазон применений обусловил большой интерес к функциям Уолша, теории рядов Фурье – Уолша и преобразованиям Фурье – Уолша.

Впервые ортонормированную систему функций, получившую название системы Уолша, построил в 1923 году американский математик Дж. Уолш. Функции этой системы являются ступенчатыми на отрезке $[0,1]$ и принимают всего два значения, а именно -1 и +1 на промежутках, концы которых являются двоично-рациональными числами.

В данном докладе приводятся условия, при которых сумма рядов по системе Уолша интегрируема с весом. При этом коэффициенты ряда принадлежат специальному классу.

Рассмотрим на полуинтервале $[0;1)$ функцию

$$r_0(x) = \begin{cases} 1, \mathrm{x} \in \left[0, \dfrac{1}{2}\right) \\ -1, \mathrm{x} \in \left[\dfrac{1}{2}, 1\right) \end{cases}$$

и продолжим ее периодически с периодом 1 на всю числовую ось.