УДК 519.6(075.8)

ЕСЕПТІҢ ТҰРАҚТЫЛЫҒЫН НЕГІЗДЕУ

Токмагамбетов А.Қ., 2 курс, ақпараттық жүйелер, инженерлік-техникалық институты, *А.Байтұрсынов атындағы Қостанай өңірлік университеті*

Байманқұлов Ә.Т., профессор, физика-математика ғылымдарының докторы, А.Байтұрсынов атындағы Қостанай өңірлік университеті

Қаныққаған аймақта ылғалдың қозғалуының сызықты емес моделін қолдана отырып, дифференциалдық теңдеудің ең жоғары туындысы кезіндегі коэффициентін және топырақтың диффузиялық коэффициентін есептеу әдісі жасалды. Мақалада құрастырылған модельдің математикалық қасиеттері нагізделеді.

Топырақтағы ылғалдың қозғалысын зерттеу диффузиялық модель құру арқылы негізделген. Егер біркелкі емес ылғалдылық қарастырылса, онда жоғары ылғалдылық қабаттарынан аз ылғалдылыққа дейін ылғал ағыны пайда болады.Бұл заң өте жиі бұзылады. Бұған бірнеше рет жүргізілген тәжірибелер дәлел бола алады, нәтижесінде ағынның кері белгісі пайда болады. Эксперименттердің бұл нәтижелері диффузиялық теорияның негізін құрайтын Дарси заңына қайшы келеді. Дарси Заңының сақталуын ескере отырып, ылғалдың потенциалына қарсы ағындардың болуын түсіндіру әрекеттері нәтижесіз болды [1].

Ылғалдың алға және кері бағытта қашан және қандай жағдайда қозғалатындығы модификацияланған диффузия теңдеуіне негізделген зерттеулер арқылы анықталды [2].

Модификацияланған Аллер теңдеуіне негізделген диффузия коэффициентін анықтау мәселесін тұжырымдау және дифференциалдық формадағы бір өлшемді модель [3] жұмыста қарастырылады. Бұл жұмыста біз шешілетін мәселенің [3] тұрақтылығын дәлелдеуді қарастырамыз. Ол үшін келесі есепті қарастырамыз.

$$\frac{\partial \widetilde{W}}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left(D\left(\widetilde{W}\right)\frac{\partial \widetilde{W}}{\partial z}+A\frac{\partial^2 \widetilde{W}}{\partial t \partial z}\right)$$

$$\widetilde{W}\Big|_{t=0}=\widetilde{W}_0(z), \qquad \frac{\partial \widetilde{W}}{\partial z}\Bigg|_{z=0}=0$$

$$\left(D\left(\widetilde{W}\right)\frac{\partial \widetilde{W}}{\partial z}+A\frac{\partial^2 \widetilde{W}}{\partial t \partial z}\right)\Bigg|_{z=H}=\widetilde{f}(t).$$

$W(z,t)-\widetilde{W}(z,t)=\Delta W(z,t)$ белгілеуді енгізе отырып қойылған есепті

$$\frac{\partial \Delta W}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left[D\left(\widetilde{W}\right)\frac{\partial \Delta W}{\partial z}+A\frac{\partial^2 \Delta W}{\partial t \partial z}\right] \qquad (1)$$

$$\Delta W\big|_{t=0}=\Delta W_0(z), \qquad \frac{\partial \Delta W}{\partial z}\Bigg|_{z=0}=0 \qquad (2)$$

$$\left(D\left(\widetilde{W}\right)\frac{\partial \Delta W}{\partial z}+A\frac{\partial^2 \Delta W}{\partial t \partial z}\right)\Bigg|_{z=H}=\Delta f \qquad (3)$$

жүйе түрінде ұсынуға болады.

Егер (1) теңдеуді $2\Delta W(z,t)$ көбейтіп және z айнымалы бойынша 0до H дейін интеграл алсақ, соңында

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\|\Delta W\right\|^2 + 2\left\|\sqrt{D\left(\widetilde{W}\right)}\frac{\partial \Delta W}{\partial z}\right\|^2 + A\frac{\partial}{\partial t}\left\|\frac{\partial \Delta W}{\partial z}\right\|^2 = \quad . \tag{4}$$

$$= -2\int_0^H D'_W \cdot \Delta W \frac{\partial W}{\partial z}\frac{\partial \Delta W}{\partial z}dz - \Delta f(t)\cdot \Delta W(0,t)$$

қатынасын аламыз.

Бізде $\max\limits_z\left|D'_W\right| \le M_1 < \infty$ орындалат деп

$$-2\int_0^H D'_w \Delta W \frac{\partial W}{\partial z}\cdot\frac{\partial \Delta W}{\partial z}dz \le 2M_1 \max\left|\Delta W\right|\left\|\frac{\partial W}{\partial z}\right\|\left\|\frac{\partial \Delta W}{\partial z}\right\| \le C_5\left\|\Delta W\right\|^{1/2}\left\|\frac{\partial \Delta W}{\partial z}\right\|^{3/2}$$

теңсіздікке ие боламыз.

Әрі қарай болсын $p = 4, \quad q = \dfrac{4}{3}$. Онда Гельдер(Юнг) теңсіздігін қолдана отырып

$$-2\int_0^H D'_W \Delta W \frac{\partial W}{\partial z}\frac{\partial \Delta W}{\partial z}dz \le C_6\left(\left\|\Delta W\right\|^2 + \left\|\frac{\partial \Delta W}{\partial z}\right\|^2\right). \tag{5}$$

Екінші жағынан

$$-\Delta f(t)\Delta W(0,t) \le \left|\Delta f(t)\right|\cdot\int_0^H\left|\frac{\partial \Delta W}{\partial z}\right|dz \le$$

$$\le \left|\Delta f(t)\right|\left\|\frac{\partial \Delta W}{\partial z}\right\|\cdot\sqrt{H} \le H\left|\Delta f(t)\right|^2 + \left\|\frac{\partial \Delta W}{\partial z}\right\|^2. \tag{6}$$

Енді (5) и (6) қарым қатынастарын ескере отырып (4) теңдіктен аламыз

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\|\Delta W\right\|^2 + 2\left\|\sqrt{D\left(\widetilde{W}\right)}\frac{\partial \Delta W}{\partial z}\right\|^2 + A\frac{\partial}{\partial t}\left\|\frac{\partial \Delta W}{\partial z}\right\|^2 \le$$

$$\le H\left|\Delta f(t)\right|^2 + C_7\left(\left\|\Delta W\right\|^2 + A\left\|\frac{\partial \Delta W}{\partial z}\right\|^2\right).$$

Осы жерден Гронуоллы леммасын қолдана отырып,

$$\max_t\left(\left\|W - \widetilde{W}\right\|^2 + A\left\|\frac{\partial W}{\partial z} - \frac{\partial \widetilde{W}}{\partial z}\right\|^2\right) + 2\int_0^t\left\|\sqrt{D\left(\widetilde{W}\right)}\left(\frac{\partial W}{\partial z} - \frac{\partial \widetilde{W}}{\partial z}\right)\right\|^2 dt \le$$

$$\le C_8\left(\int_0^t \left(f(t) - \widetilde{f}(t)\right)^2 dt + \int_0^H\left(W_0(z) - \widetilde{W}_0(z)\right)^2 dz + \int_0^H\left(\frac{\partial W_0}{\partial z} - \frac{\partial \widetilde{W}_0}{\partial z}\right)^2 dz\right)$$

баға аламыз. Соңғы теңсіздік есептің тұрақтылығын көрсетеді.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. D.I. Belcher, T.R. Guykesedall, H.S. Jack «US CYV», 1950
2. D. Berdan, R.K. Bernhard «Amer. Soc. Testing Materials Prog», 1950
3. А.Т. Байманкулов «Идентификация коэффициента диффузии почвенной воды в многослойной области [Текст]» / Костанай, 2018