$\circ$	ι	σ	ε
ι	ι	σ	ε
σ	σ	ε	ι
ε	ε	ι	σ

Следовательно, группа автоморфизмов корней многочлена $x^3 - 1$ является циклической абелевой группой порядка 3, изоморфная подгруппе группы S_3.

Шаг 4. Нахождение группы Галуа $\mathrm{Gal}_{\mathbb{Q}}\,\mathbb{Q}(\omega)$.

Очевидно, что $\mathrm{Gal}_{\mathbb{Q}}\,\mathbb{Q}(\omega)$ состоит из тождественного автоморфизма ι, который фиксирует поле $\mathbb{Q}(\omega)$ и автоморфизма μ, который фиксирует поле $\mathbb{Q}$, а ω переводит в ω^2. Таким образом $\mathrm{Gal}_{\mathbb{Q}}\,\mathbb{Q}(\omega) = \{\iota, \mu\}$ является абелевой циклической группой порядка 2 и, по примеру 1, $\mathrm{Gal}_{\mathbb{Q}}\,\mathbb{Q}(\omega) \cong Z_2$.

Список литературы:

1.Артин Э.Теория Галуа / Пер. с англ. А. В. Самохина.— М.: МЦНМО, 2004.— 66 с.

2.Ленг С. Алгебра / Ленг С. – М.: Книга по Требованию, 2012 – 574 с.

3. Постников М.М. Теория Галуа. Москва, 1963.

4.Abstract Algebra: An Introduction, Third Edition Thomas H. Huneerford.Brooks/Cole 20 Channel Center Street Boston, MA 02210 USA, 2014.

УДК 519.642

ӨЗГЕШЕЛЕНГЕН ЯДРОСЫ БАР ФРЕДГОЛЬМ ЖӘНЕ ВОЛЬТЕРРА ИНТЕГРАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРІ

Нургельдина А.Е.

А.Байтұрсынов атындағы Қостанай мемлекеттік университеті,

Қостанай қаласы

Ғылыми жетекші: Ысмағұл Р.С.

А.Байтұрсынов атындағы Қостанай мемлекеттік университеті,

Қостанай қаласы

Аннотация

Мақалада физиканың әртүрлі бөлімдерінде кеңінен қолданылатын интегралдық теңдеулер (сұйықтық бетіндегі толқындар теориясы, кванттық механика, спектроскопия, кристаллография, акустика, анализ және плазманың диагностикасы есептері және т. б.), геофизика (гравиметрия есептері, сейсмиканың кинематикалық есептері), механика (конструкциялардың тербелістері) және т. б. қарастырылған. Физикада соңғы әсер енгізілген кезде, жай дифференциалдық теңдеулер немесе дербес туынды теңдеулері жеткіліксіз болып табылады, басқаша айтқанда бастапқы шарттар болатын жағдайды анықтаушы еді. Алдыңғы күйлердің үздіксіз тізбегін ескеру үшін, интегралдық және интегралдық-дифференциалдық теңдеулерді пайдалану қажет, мұнда интеграл белгісінің астында параметрлердің функциялары беріледі, сонымен қатар қарастырылатын сәттің алдындағы кейбір кезең ішіндегі уақытқа тәуелді жүйені сипаттайды. Бұл мақалада біз өзгешеленген

ядросы бар екінші текті Фредгольм және Вольтерра интегралдық теңдеулерін шешуді қарастырдық.

Түйін сөздер: Фредгольмнің интегралдық теңдеулері, Вольтерраның интегралдық теңдеулері,өзгешеленген ядросы бар интегралдық теңдеулер.

Аннотация

В статье рассмотрены интегральные уравнения, которые широко используются в различных разделах физики (теория волн на поверхности жидкостей, квантовая механика, задачи спектроскопии, кристаллографии, акустики, анализа и диагностики плазмы и т.д.), геофизики (задачи гравиметрии, кинематические задачи сейсмики), механики (колебания конструкций) и др. Когда в физике введено последействие, то уже недостаточно обыкновенных дифференциальных уравнений или уравнений в частных производных, иначе начальные данные определяли бы будущее состояние. Чтобы учесть непрерывную последовательность предшествующих состояний, нужно использовать интегральные и интегро-дифференциальные уравнения, где под знаком интеграла фигурируют функции параметров, характеризующих систему, которые зависят от времени в течение некоторого периода, предшествующего рассматриваемому моменту. В данной статье мы рассмотрели решение интегральных уравнений второго рода Фредгольма и Вольтеррас вырожденным ядром.

Ключевые слова: Интегральные уравнения Фредгольма, интегральные уравнения Вольтерра,интегральные уравнения с вырожденным ядром.

Annotation

The article deals with integral equations that are widely used in various sections of physics (theory of waves on the surface of liquids, quantum mechanics, problems of spectroscopy, crystallography, acoustics, analysis and diagnostics of plasma, etc.), Geophysics (problems of gravimetry, kinematic problems of seismics), mechanics (vibrations of structures), etc. When the physics introduced aftereffect, it is not enough ordinary differential equations or partial differential equations, otherwise the initial data would determine the future state. To take into account the continuous sequence of previous States, we need to use integral and integro-differential equations, where the sign of the integral appears functions of parameters that characterize the system, which depend on time for some period preceding the moment under consideration. In this article we have considered the solution of the second kind of integral equations of Fredholm and Volterra with a degenerate kernel.

Keywords:Fredholm integral equations, of the Volterra integral equation,integral equations with a degenerate kernel.

Интеграл таңбасының астында белгісіз функциясы бар болатын болса, онда ол интегралдық теңдеу деп аталады. Келесі түрдегі интегралдық теңдеулер

$$\int_a^b K(x,t)y(t)dt = f(x)$$

(1)

және

$$y(x) = \lambda\int_a^b K(x,t)y(t)dt + f(x)$$

(2)

Фредгольмнің 1 текті және 2 текті сызықтық интегралдық теңдеулері деп аталады. Мұндағы $y(x)$ - ізделінді функция, $K(x,t)$ және $f(x)$ - $[a,b]$ кесіндісіндегі берілген белгілі функциялар. $K(x,t)$ функциясы интегралдық теңдеудің ядросы, ал $f(x)$ - бұл теңдеудің бос мүшесі болып табылады.[1] Егер $f(x)=0$ болса, теңдеу біртекті деп аталады.

$$\int_a^x K(x,t)y(t)dt = f(x) \qquad (3)$$

және

$$y(x)=\lambda\int_a^x K(x,t)y(t)dt + f(x) \qquad (4)$$

түріндегі интегралдық теңдеулер Вольтерраның 1 текті және 2 текті сызықтық интегралдық теңдеулері деп аталады. Вольтерраның интегралдық теңдеуінің ядросы $a \le x \le b$, $a \le t \le x$ үшбұрышында анықталады.

(2) интегралдық теңдеудің $K(x,t)$ ядросы *өзгешеленген* деп аталады, егер ол келесі түрде берілген болса

$$K(x,t)=\sum_{k=1}^n p_k(x)q_k(t). \qquad (5)$$

$$y(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)y(t)dt + f(x) \qquad (6)$$

Өзгешеленген ядросы бар Фредгольм теңдеуі

(5) түріндегі өзгешеленген ядросы бар (2) Фредгольм теңдеуі алгебралық теңдеулер жүйесіне келтірілуі мүмкін. Ол үшін (2) теңдеуді келесі түрде көшіріп алайық:

$$y(x)=\lambda\sum_{k=1}^n p_k(x)\int_a^b q_k(t)y(t)dt + f(x) = \lambda\sum_{k=1}^n c_k p_k(x) + f(x), \qquad (7)$$

мұндағы сан

$$c_k = \int_a^b q_k(t)y(t)dt. \qquad (8)$$

(7) өрнектен c_k барлық константалары табылған соң, $y(x)$ шешімі табылатындығы көрініп тұр. (8) интегралдағы $y(x)$-тің орнына (7) өрнекті қояйық:

$$c_k = \int_a^b q_k(t)\left(\lambda\sum_{i=1}^n c_i p_i(t) + f(t)\right)dt = \lambda\sum_{i=1}^n c_i\int_a^b p_i(t)q_k(t)dt + \int_a^b q_k(t)f(t)dt = \lambda\sum_{i=1}^n c_i a_{ki} + b_k,$$

мұндағы константалар

$$a_{ki} = \int_a^b p_i(t)q_k(t)dt, \qquad b_k = \int_a^b q_k(t)f(t)dt. \qquad (9)$$

Енді, интегралдық теңдеудің орнында, бізде оған эквивалентті c_k бегісіз санына қатысты алгебралық теңдеулер жүйесі шығады

$$c_k - \lambda \sum_{i=1}^{n} a_{ki} c_i = b_k \quad . \qquad (10)$$

Берілген жүйені шешіп, c_k -ны (7) теңдеуге қоятын болсақ, бастапқы интегралдық теңдеудің шешімін табамыз. Осылайша, өзгешеленген ядросы бар интегралдық теңдеудің шешімдерінің саны немесе оның шешілімсіздігі (10) алгебралық жүйенің қасиеттерімен анықталады. [2]

1 мысал. Келесі интегралдық теңдеуді шешу керек

$$y(x) = \cos x + \int_0^{\pi} tgx \cdot \cos t \cdot y(t)dt \quad .$$

Шешімі: Берілген интегралдық теңдеудің ядросы өзгешенген. λ коэффициентін 1-ге тең.

$$p_1(x) = tgx \, , \quad q_1(t) = \cos t$$

деп белгілей отырып, коэффициенттерді (10) теңдеудің шешімін (9) формулалар бойынша табамыз:

$$a_{11} = \int_0^{\pi} tgt \cdot \cos t dt = \int_0^{\pi} \sin t dt = 2 \, ,$$

$$b_1 = \int_0^{\pi} \cos^2 t dt = \frac{1}{2}\pi$$

(10) жүйе келесідей болады

$$c_1 - 2c_1 = \frac{1}{2}\pi \, , \quad c_1 = -\frac{1}{2}\pi$$

Берілген жүйенің жалпы шешімі $c_1 = -\frac{1}{2}\pi$ болады. Демек, берліген интегралдық теңдеудің шешімі былай беріледі:

$$y(x) = \cos x - \frac{1}{2}\pi \quad .$$

Өзгешеленген ядросы бар Вольтерра теңдеуі

(4) интегралдық теңдеудің ядросы өзгешеленген болса, онда (4) теңдеуді келесі түрге келтіруге болады:

$$y(x) = \sum_{k=1}^{n} p_k(x) \int_a^x q_k(t) y(t) dt + f(x) \quad . \qquad (11)$$

$$u_k(x) = \int_a^x q_k(t) y(t) dt \, , \quad k = 1, 2, \ldots, n \, , \qquad (12)$$

функциясын енгізе отырып, оны (11) теңдеуге қойсақ, өзгешеленген ядросы бар теңдеудің шешімі

$$y(x) = \sum_{k=1}^{n} p_k(x) u_k(x) + f(x)$$

(13)

түріне келеді.

Осылайша, $y(x)$ -ті табу үшін, $u_k(x)$ функциясын анықтау керек. (12) дифференциалдап, $y(x)$ -тің орнына (13) өрнегін қойып, $u_k(x)$ белгісіздер функциялары үшін 1-ші ретті дифференциалдық теңдеулер жүйесін аламыз:

$$u_k'(x) = \sum_{i=1}^{n} q_k(x) p_i(x) u_i(x) + f(x) q_k(x), \quad k = 1, 2, \ldots, n.$$

(12) қатынасындағы $x = a$ деп алып, бастапқы шарттары біртекті екенін аламыз: $u_1(x) = u_2(x) = \ldots = u_n(x) = 0$. Дифференциалдық теңдеулер жүйесінің шешімдерін (13) қойғанда, ол бізге бастапқы интегралдық теңдеудің шешімін береді. [3]

2 мысал. Интегралдық теңдеуді шешу керек

$$y(x) = 2\int_0^x \frac{y(t)}{2t+1}\,dt + 4x \qquad (14)$$

Шешімі.

$$u(x) = \int_0^x \frac{y(t)}{2t+1}\,dt. \qquad (15)$$

Онда (14) теңдеудің шешімі келесі түрде жазылады

$$y(x) = 2u(x) + 4x. \qquad (16)$$

(15) дифференциалдап, оны (16) теңдеудегі $y(x)$ өрнегіне қойып,

$$u'(x) = \frac{y(x)}{2x+1} = \frac{2u(x)+4x}{2x+1} = \frac{2}{2x+1}u(x) + \frac{4x}{2x+1}$$

аламыз, немесе, стандартты түрде

$$u' - \frac{2}{2x+1}u = \frac{4x}{2x+1}.$$

$u(0) = 0$ бастапқы шартын ескерсек, берілген теңдеудің шешімі келесі функция болады

$$u(x) = (2x+1)\ln(2x+1) - 2x.$$

Оны (16) қойып, интегралдық теңдеудің шешімін аламыз:

$$y(x) = (4x+2)\ln(2x+1) - 4x.$$

Әдебиеттер тізімі:

1. Орынбасаров М., Сахаев Ш. Интегралдық теңдеулер курсы: оқу құралы. – Алматы: Қазақ университеті, 2014. 213 б.

2. Попов В.А. Сборник задач по интегральным уравнениям. Казань, 2006. 30 с.

3. Ysmagul R.S., Kolesnikova A.S. On one account system of integro-differential equations in private derivatives of first order. Abai University. Bulletin. “Physics & Mathematical Sciences” №3(63), A.2018. p. 471.