

сотрудничества, следует сделать вывод: использованные уроки и задания способствуют формированию и развитию вычислительных навыков, это было доказано в ходе контрольного этапа исследования. А именно, большинство обучающихся экспериментального класса стали более правильно производить выбор операций, используя наиболее рациональные приёмы вычислений; работают быстро. Наблюдается рост уровня сформированности вычислительных навыков у 33% обучающихся.

Педагогика сотрудничества предусматривает, что каждый обучающийся видит в педагоге сотрудника, чувствует постоянную поддержку и понимание наряду со строгостью и требовательностью.

Свои творческие способности по математике учащиеся могут развить далее в исследовательской деятельности или при решении нестандартных задач в различных олимпиадах по предмету.

Список литературы:

1. Об образовании в Республике Казахстан, Закон Республики Казахстан ст.3./ Принципы государственной политики в области образования. – п 9.-1999.
2. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения. -М., 1996.
3. Дьяченко В.К. Сотрудничество в обучении. - М., Просвещение, 1991

УДК 512.6

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕРЫ НАХОЖДЕНИЯ ГРУПП ГАЛУА

Автор: Луценко О.С.

Костанайский Государственный Педагогический Университет
им. У. Султангазина, г. Костанай

Научный руководитель: Алимбаев А.А.

Костанайский Государственный Педагогический Университет
им. У. Султангазина, г. Костанай

Аннотация. В данной статье представлены примеры нахождения группы Галуа по самостоятельно разработанному алгоритму при алгебраическом расширении полей, с помощью общих сведений теории полей и теории групп.

Ключевые слова: автоморфизм, группа Галуа, минимальный многочлен, алгебраическое расширение поля.

Annotation. This article presents examples of finding a Galois group using a self-developed algorithm for algebraic field extension, using General information from field theory and group theory.

Keywords: automorphism, Galois group, minimum polynomial, algebraic extension fields.

Аннотация.

Бұл мақалада әрістер теориясы мен топтар теориясының жалпы мәліметтері арқылы әрістердің алгебралық кеңейтіндісінде өз бетінше әзірленген алгоритм бойынша Галуа тобын табу мысалдары берілген.

Түйін сөздер: автоморфизм, Галуа тобы, минималдық көпмүше, алгебралық кеңейту.

Главный вопрос в классической алгебре состоял в том, существуют ли общие формулы для решения полиномиальных уравнений степени n . Удивительно оригинальной работой, которая дала полное объяснение, включая критерий, определяющий, какие полиномиальные уравнения могут быть решены с помощью общей формулы, была работа Галуа. Идеи Галуа, что решения уравнения $f(x) = 0$ лежат в некотором расширении поля коэффициентов $f(x)$, оказали глубокое влияние на развитие современной математики, далеко выходя за рамки первоначальной проблемы разрешимости.

Замечательным открытием Галуа была тесная связь между такими расширениями полей и группами. В данной статье представлены примеры нахождения группы Галуа.

Для разбора примеров нам понадобится ряд определений и теорем из абстрактной алгебры, а именно из теории полей, полей многочленов и групп, которые имеют ключевое значение в данной статье. Более подробно с общими сведениями теоремами, связанными с расширениями полей и их доказательствами можно ознакомиться в литературе [1], [4], с группами [2], [3].

Очень важным следствием данной статьи является следствие 11.8, на нем будут основываться все доказательства и предположения при нахождении групп Галуа.

Следствие 11.8. Пусть $\sigma: F \rightarrow E$ – изоморфизм полей. Пусть u – алгебраический элемент в некотором расширении поля F с минимальным многочленом $p(x) \in F[x]$. Пусть v – алгебраический элемент в некотором расширении поля E , с минимальным многочленом $\sigma p(x) \in E[x]$. Тогда σ расширяется до изоморфизма полей $\bar{\sigma}: F(u) \rightarrow E(v)$ такого что, $\bar{\sigma}(u) = v$ и $\bar{\sigma}(c) = \sigma(c) \forall c \in F$. [4, доказательство см. стр. 380]

1. ГРУППА ГАЛУА

Определение 1. Пусть K – расширение поля F . Автоморфизмом поля K над полем F называется изоморфизм $\sigma: K \rightarrow K$, который фиксирует поле F поэлементно (то есть $\sigma(c) = c \forall c \in F$). Множество всех F – автоморфизмов поля K , обозначаемых $\text{Gal}_F K$ называется группой Галуа поля K над полем F . [4]

Теорема 1. Если K – расширение поля F , тогда $\text{Gal}_F K$ – группа при операции композиций функций.

Доказательство:

Очевидно, что множество $\text{Gal}_F K$ не пусто, поскольку существует тождественное отображение $\iota: K \rightarrow K$, которое является F – автоморфизмом поля K . Пусть $\sigma, \tau \in \text{Gal}_F K$, тогда $\sigma \circ \tau$ является изоморфизмом из K в K

$$(\sigma \circ \tau)(c) = \sigma(\tau(c)) = \sigma(c) = c, \quad \forall c \in F$$

Следовательно, $\sigma \circ \tau \in \text{Gal}_F K$ и $\text{Gal}_F K$ замкнуто. Композиция функций ассоциативна

$$\iota \circ (\sigma \circ \tau)(c) = \iota((\sigma \circ \tau)(c)) = \iota(\sigma(\tau(c))) = c = \iota(\sigma(\tau(c))) = (\iota \circ \sigma)(\tau(c)) = ((\iota \circ \sigma) \circ \tau)(c), \quad \forall c \in F$$

и тождественное отображение ι является тождественным элементом в $\text{Gal}_F K$

$$\sigma \circ \iota = \sigma = \iota \circ \sigma.$$

Каждая биективная функция имеет обратную функцию. Если $\sigma \in \text{Gal}_F K$, тогда $\sigma^{-1} \in \text{Gal}_F K$ является изоморфизмом из K в K

$$\sigma \circ \sigma^{-1} = \iota = \sigma^{-1} \circ \sigma$$

Следовательно, $\text{Gal}_F K$ – группа. ■[4]

Теорема 2. Пусть K - расширение поля F и $f(x) \in F[x]$. Если $u \in K$ – корень $f(x)$ и $\sigma \in \text{Gal}_F K$, тогда $\sigma(u)$ также является корнем $f(x)$.

Доказательство:

Если $f(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots + c_nx^n$, то $c_0 + c_1u + c_2u^2 + \dots + c_nu^n = 0_F$.

Так как σ – изоморфизм и $\sigma(c_i) = c_i \quad \forall c_i \in F$, имеем

$$\begin{aligned} 0_F &= \sigma(0_F) = \sigma(c_0 + c_1u + c_2u^2 + \dots + c_nu^n) \\ &= \sigma(c_0) + \sigma(c_1u) + \sigma(c_2u^2) + \dots + \sigma(c_nu^n) \\ &= \sigma(c_0) + \sigma(c_1)\sigma(u) + \sigma(c_2)\sigma(u)^2 + \dots + \sigma(c_n)\sigma(u)^n \\ &= c_0 + c_1\sigma(u) + c_2\sigma(u)^2 + \dots + c_n\sigma(u)^n = f(\sigma(u)). \end{aligned}$$

Следовательно, $\sigma(u)$ – корень $f(x)$. ■ [4]

Теорема 3. Пусть K – поле расщепления некоторого многочлена над полем F и $u, v \in K$. Тогда существует $\sigma \in \text{Gal}_F K$ такой, что $\sigma(u) = v$ тогда и только тогда, когда u и v имеют некоторый минимальный многочленом в $F[x]$.

Доказательство:

Если u и v имеют один и тот же минимальный многочлен K – поле расщепления некоторого многочлена над полем F и $u, v \in K$, тогда существует изоморфизм по следствию 11.8 σ такой что $F(u) \cong F(v)$, где $\sigma(u) = v$ и σ фиксирует F поэлементно. Так как K является полем разложения некоторого многочлена над F , это есть полем разложения того же многочлена над $F(u)$ и $F(v)$. Следовательно σ расширяется до F – автоморфизма K . Другими словами, $\sigma \in \text{Gal}_F K$ и $\sigma(u) = v$. Обратное является следствием теоремы 2. [4]

Теорема 4. Пусть $K = F(u_1, \dots, u_n)$ - алгебраическое расширение поля F . Если $\sigma, \tau \in \text{Gal}_F K$ и $\sigma(u_i) = \tau(u_i), \forall i = 1, 2, \dots, n$, тогда $\sigma = \tau$. Другими словами, автоморфизм в $\text{Gal}_F K$ полностью определен его действием на u_1, \dots, u_n . [4, доказательство см. стр. 410]

Следствие 5. Если K – поле расщепления сепарабельного многочлена $f(x)$ степени n в $F[x]$, тогда $\text{Gal}_F K$ изоморфно подгруппе S_n . [4, доказательство см. стр. 411]

Теорема 6. Пусть K - расширение поля F . Если H подгруппа $\text{Gal}_F K$, пусть

$$E_H = \{k \in K \mid \sigma(k) = k \quad \forall \sigma \in H\}.$$

Тогда E_H является промежуточным полем расширения. Поле E_H называется *фиксированным полем* подгруппы H . [4, доказательство см. стр. 412]

2. ПРИМЕРЫ ГРУПП ГАЛУА

Пример 1. Рассмотрим алгебраическое расширение поля рациональных чисел \mathbb{Q} элементами $\sqrt{3}$ и $\sqrt{5}$. Построим пример группы Галуа $\text{Gal}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5})$.

Шаг 1. Найдем минимальный многочлен от $\sqrt{3}$ и $\sqrt{5}$ над \mathbb{Q} .

Очевидно, что минимальным многочленом от $\sqrt{3}$ над \mathbb{Q} является многочлен $x^2 - 3$. Заметим, что $-\sqrt{3}$ также является корнем данного многочлена.

По теореме 2, любой автоморфизм группы $\text{Gal}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5})$, переводит $\sqrt{3}$ в $-\sqrt{3}$ так как это корни многочлена $x^2 - 3$, аналогично автоморфизм переводит корни $x^2 - 5$, а именно $\sqrt{5}$ в $-\sqrt{5}$.

Шаг 2. Определим всевозможные действия на $\sqrt{3}$ и $\sqrt{5}$.

Поскольку автоморфизм полностью определяется его действием на $\sqrt{3}$ и $\sqrt{5}$ по теореме 4, и автоморфизм может переводить $\sqrt{3}$ только в себя или в $-\sqrt{3}$, аналогично $\sqrt{5}$ по теореме 3, то в группе $\text{Gal}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5})$ существует не более четырех автоморфизмов, соответствующих четырем возможным действиям на $\sqrt{3}$ и $\sqrt{5}$:

$$\begin{array}{cccc} \sqrt{3} \xrightarrow{\iota} \sqrt{3} & \sqrt{3} \xrightarrow{\tau} -\sqrt{3} & \sqrt{3} \xrightarrow{\alpha} \sqrt{3} & \sqrt{3} \xrightarrow{\beta} -\sqrt{3} \\ \sqrt{5} \rightarrow \sqrt{5} & \sqrt{5} \rightarrow \sqrt{5} & \sqrt{5} \rightarrow -\sqrt{5} & \sqrt{5} \rightarrow -\sqrt{5}. \end{array}$$

Шаг 3. Построение автоморфизмов.

Теперь покажем, что $\text{Gal}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5})$ является группой порядка 4 путем построения нетождественных автоморфизмов τ, α, β .

Чтобы построить τ , обратим внимание, что $x^2 - 3$ является минимальным многочленом для $\sqrt{3}$ и $-\sqrt{3}$ над \mathbb{Q} . По следствию 11.8, существует изоморфизм σ , такой что $\mathbb{Q}(\sqrt{3}) \cong \mathbb{Q}(-\sqrt{3})$, где $\sigma(\sqrt{3}) = -\sqrt{3}$, и σ фиксирует \mathbb{Q} поэлементно.

$x^2 - 5$ является минимальным многочленом для $\sqrt{5}$ над $\mathbb{Q}(\sqrt{3})$. В силу следствия 11.8, замети что это \mathbb{Q} -автоморфизм такой что $\mathbb{Q}(\sqrt{3})(\sqrt{5}) = \mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5})$, где $\tau(\sqrt{5}) = \sqrt{5}$. Следовательно, $\tau \in \text{Gal}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5})$ и $\tau(\sqrt{3}) = -\sqrt{3}$ и $\tau(\sqrt{5}) = \sqrt{5}$. По аналогичному двухэтапному рассуждению порождаются α и β .

Далее вычислим операционную таблицу для автоморфизмов $\iota, \tau, \alpha, \beta$ где в качестве операции выступает композиция функций

$$\begin{aligned} (\tau \circ \alpha)(\sqrt{3}) &= \tau(\alpha(\sqrt{3})) = \tau(\sqrt{3}) = -\sqrt{3} \\ (\tau \circ \alpha)(\sqrt{5}) &= \tau(\alpha(\sqrt{5})) = \tau(\sqrt{5}) = \sqrt{5} \\ (\alpha \circ \tau)(\sqrt{3}) &= \alpha(\tau(\sqrt{3})) = \alpha(-\sqrt{3}) = -\sqrt{3} \\ (\alpha \circ \tau)(\sqrt{5}) &= \alpha(\tau(\sqrt{5})) = \alpha(\sqrt{5}) = \sqrt{5} \end{aligned}$$

Композиции автоморфизмов $\tau \circ \alpha$ и $\alpha \circ \tau$ соответствует действие автоморфизма β . Отсюда, $\tau \circ \alpha = \alpha \circ \tau = \beta$

$$\begin{aligned} (\tau \circ \beta)(\sqrt{3}) &= \tau(\beta(\sqrt{3})) = \tau(-\sqrt{3}) = \sqrt{3} \\ (\tau \circ \beta)(\sqrt{5}) &= \tau(\beta(\sqrt{5})) = \tau(\sqrt{5}) = \sqrt{5} \\ (\beta \circ \tau)(\sqrt{3}) &= \beta(\tau(\sqrt{3})) = \beta(-\sqrt{3}) = \sqrt{3} \\ (\beta \circ \tau)(\sqrt{5}) &= \beta(\tau(\sqrt{5})) = \beta(\sqrt{5}) = \sqrt{5} \end{aligned}$$

Следовательно, $\tau \circ \beta = \beta \circ \tau = \alpha$.

$$\begin{aligned} (\alpha \circ \beta)(\sqrt{3}) &= \alpha(\beta(\sqrt{3})) = \alpha(-\sqrt{3}) = -\sqrt{3} \\ (\alpha \circ \beta)(\sqrt{5}) &= \alpha(\beta(\sqrt{5})) = \alpha(\sqrt{5}) = \sqrt{5} \\ (\beta \circ \alpha)(\sqrt{3}) &= \beta(\alpha(\sqrt{3})) = \beta(\sqrt{3}) = -\sqrt{3} \\ (\beta \circ \alpha)(\sqrt{5}) &= \beta(\alpha(\sqrt{5})) = \beta(-\sqrt{5}) = \sqrt{5} \end{aligned}$$

Отсюда, $\alpha \circ \beta = \beta \circ \alpha = \tau$.

Шаг 4. Нахождение группы Галуа.

Заметим, что каждый τ, α, β имеет порядок 2 в $\text{Gal}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5})$. Следовательно по теореме 4, $\tau \circ \tau = \alpha \circ \alpha = \beta \circ \beta = \iota$.

\circ	ι	τ	α	β
ι	ι	τ	α	β
τ	τ	ι	β	α
α	α	β	ι	τ
β	β	α	τ	ι

Таким образом, $\text{Gal}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5}) = \{\iota, \tau, \alpha, \beta\}$.

Утверждение. $\text{Gal}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5}) \cong Z_2 \times Z_2$.

Получив операционную таблицу, нетрудно заметить, что она схожа с таблицей группы $Z_2 \times Z_2$, где в качестве операции выступает сумма.

$$Z_2 \times Z_2 = \{0,1\} \times \{0,1\} = \{(0,0), (0,1), (1,0), (1,1)\}.$$

$+$	$(0,0)$	$(0,1)$	$(1,0)$	$(1,1)$
$(0,0)$	$(0,0)$	$(0,1)$	$(1,0)$	$(1,1)$
$(0,1)$	$(0,1)$	$(0,0)$	$(1,1)$	$(1,0)$
$(1,0)$	$(1,0)$	$(1,1)$	$(0,0)$	$(0,1)$
$(1,1)$	$(1,1)$	$(1,0)$	$(0,1)$	$(0,0)$

Таким образом, построим изоморфизм σ такой что $\text{Gal}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5}) \rightarrow Z_2 \times Z_2$, где $\sigma(\iota) = (0,0), \sigma(\tau) = (0,1), \sigma(\alpha) = (1,0), \sigma(\beta) = (1,1)$. Следовательно, $\text{Gal}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5}) \cong Z_2 \times Z_2$. Кроме того, $\text{Gal}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\sqrt{3}, \sqrt{5})$ является абелевой группой порядка 4.

Пример 2. Найдем $\text{Gal}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\omega)$, где $\omega = \frac{(-1+\sqrt{3}i)}{2}$ является комплексным кубическим корнем из 1.

Шаг 1. Найдем минимальный многочлен от ω над \mathbb{Q} .

Так как по условию $\omega = \frac{(-1+\sqrt{3}i)}{2}$ является комплексным кубическим корнем из 1, можно сделать вывод, что ω является корнем многочлена $(x^3 - 1)$, то есть $\omega^3 - 1 = 0$, так как $\omega^3 = 1$, следовательно ω^2 также является корнем данного многочлена. Разложим данный многочлен по ФСУ и получим, что $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$, очевидно, что минимальным многочленом от ω над \mathbb{Q} является $x^2 + x + 1$.

Шаг 2. Определим всевозможные действия на 1, ω и ω^2 .

По теореме 5, группа автоморфизмов корней сепарабельного многочлена $x^3 - 1$ изоморфна подгруппе S_3 . Тогда по теореме 3 существует по крайней мере один автоморфизм σ который отображает первый корень 1 на второй ω , а третий корень ω^2 на себя или на первый корень 1 по теореме 2. Тогда автоморфизм σ изоморфен перестановке (12) или (123). Очевидно что, группа автоморфизмов корней сепарабельного многочлена $x^3 - 1$ является циклической группой поэтому изоморфная ей подгруппа группы S_3 содержит только циклические перестановки. Тогда σ

изоморфен перестановке (123). Построим подгруппу группы S_3 , порожденную перестановкой (123) для этого найдем композицию перестановки (123) с самой собой

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = (132).$$

Найдем композицию, получившийся перестановки (132) и (123), (123) и (132)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = e$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = e$$

Затем найдем (132) \circ (132)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = (123).$$

Занесем полученные данные в таблицу

\circ	e	(123)	(132)
e	e	(123)	(132)
(123)	(123)	(132)	e
(132)	(132)	e	(123)

Таким образом, мы получили операционную таблицу подгруппы S_3 .

Шаг 3. Построение автоморфизмов.

Построим автоморфизмы изоморфные перестановкам: $e \cong \iota$, $\sigma \cong (123)$, $\varepsilon \cong (132)$. Тогда

$$\begin{array}{lll} 1 \xrightarrow{\iota} 1 & 1 \xrightarrow{\sigma} \omega & 1 \xrightarrow{\varepsilon} \omega^2 \\ \omega \rightarrow \omega & \omega \rightarrow \omega^2 & \omega \rightarrow 1 \\ \omega^2 \rightarrow \omega^2 & \omega^2 \rightarrow 1 & \omega^2 \rightarrow \omega \end{array}$$

Найдем всевозможные композиции автоморфизмов $\iota, \sigma, \varepsilon$

$$\begin{aligned} (\sigma \circ \sigma)(1) &= \sigma(\sigma(1)) = \sigma(\omega) = \omega^2 \\ (\sigma \circ \sigma)(\omega) &= \sigma(\sigma(\omega)) = \sigma(\omega^2) = 1 \\ (\sigma \circ \sigma)(\omega^2) &= \sigma(\sigma(\omega^2)) = \sigma(1) = \omega \end{aligned}$$

Заметим, что $\sigma \circ \sigma = \varepsilon$. Теперь найдем композицию автоморфизмов $\varepsilon \circ \varepsilon$

$$\begin{aligned} (\varepsilon \circ \varepsilon)(1) &= \varepsilon(\varepsilon(1)) = \varepsilon(\omega^2) = \omega \\ (\varepsilon \circ \varepsilon)(\omega) &= \varepsilon(\varepsilon(\omega)) = \varepsilon(1) = \omega^2 \\ (\varepsilon \circ \varepsilon)(\omega^2) &= \varepsilon(\varepsilon(\omega^2)) = \varepsilon(\omega) = 1 \end{aligned}$$

Следовательно, $\varepsilon \circ \varepsilon = \sigma$. Далее найдем композицию автоморфизмов $\varepsilon \circ \sigma$ и $\sigma \circ \varepsilon$, получим

$$\begin{aligned} (\varepsilon \circ \sigma)(1) &= \varepsilon(\sigma(1)) = \varepsilon(\omega) = 1 \\ (\varepsilon \circ \sigma)(\omega) &= \varepsilon(\sigma(\omega)) = \varepsilon(\omega^2) = \omega \\ (\varepsilon \circ \sigma)(\omega^2) &= \varepsilon(\sigma(\omega^2)) = \varepsilon(1) = \omega^2 \\ (\sigma \circ \varepsilon)(1) &= \sigma(\varepsilon(1)) = \sigma(\omega^2) = 1 \\ (\sigma \circ \varepsilon)(\omega) &= \sigma(\varepsilon(\omega)) = \sigma(1) = \omega \\ (\sigma \circ \varepsilon)(\omega^2) &= \sigma(\varepsilon(\omega^2)) = \sigma(\omega) = \omega^2. \end{aligned}$$

Таким образом мы получили, что $\varepsilon \circ \sigma = \sigma \circ \varepsilon = \iota$.

\circ	ι	σ	ε
ι	ι	σ	ε
σ	σ	ε	ι
ε	ε	ι	σ

Следовательно, группа автоморфизмов корней многочлена $x^3 - 1$ является циклической абелевой группой порядка 3, изоморфная подгруппе группы S_3 .

Шаг 4. Нахождение группы Галуа $\text{Gal}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\omega)$.

Очевидно, что $\text{Gal}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\omega)$ состоит из тождественного автоморфизма ι , который фиксирует поле $\mathbb{Q}(\omega)$ и автоморфизма μ , который фиксирует поле \mathbb{Q} , а ω переводит в ω^2 . Таким образом $\text{Gal}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\omega) = \{\iota, \mu\}$ является абелевой циклической группой порядка 2 и, по примеру 1, $\text{Gal}_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\omega) \cong Z_2$.

Список литературы:

1. Артин Э. Теория Галуа / Пер. с англ. А. В. Самохина. — М.: МЦНМО, 2004. — 66 с.
2. Ленг С. Алгебра / Ленг С. — М.: Книга по Требованию, 2012 — 574 с.
3. Постников М.М. Теория Галуа. Москва, 1963.
4. Abstract Algebra: An Introduction, Third Edition Thomas H. Hungerford. Brooks/Cole 20 Channel Center Street Boston, MA 02210 USA, 2014.

УДК 519.642

ӨЗГЕШЕЛЕНГЕН ЯДРОСЫ БАР ФРЕДГОЛЬМ ЖӘНЕ ВОЛЬТЕРРА ИНТЕГРАЛДЫҚ ТЕНДЕУЛЕРІ

Нургельдина А.Е.

А.Байтұрсынов атындағы Қостанай мемлекеттік университеті,
Қостанай қаласы

Ғылыми жетекші: Ысмағұл Р.С.

А.Байтұрсынов атындағы Қостанай мемлекеттік университеті,
Қостанай қаласы

Аннотация

Мақалада физиканың әртүрлі бөлімдерінде кеңінен қолданылатын интегралдық теңдеулер (сұйықтық бетіндегі толқындар теориясы, кванттық механика, спектроскопия, кристаллография, акустика, анализ және плазманың диагностикасы есептері және т. б.), геофизика (гравиметрия есептері, сейсмиканың кинематикалық есептері), механика (конструкциялардың тербелістері) және т. б. қарастырылған. Физикада соңғы әсер енгізілген кезде, жай дифференциалдық теңдеулер немесе дербес туынды теңдеулері жеткіліксіз болып табылады, басқаша айтқанда бастапқы шарттар болатын жағдайды анықтаушы еді. Алдыңғы күйлердің үздіксіз тізбегін ескеру үшін, интегралдық және интегралдық-дифференциалдық теңдеулерді пайдалану қажет, мұнда интеграл белгісінің астында параметрлердің функциялары беріледі, сонымен қатар қарастырылатын сәттің алдындағы кейбір кезең ішіндегі уақытқа тәуелді жүйені сипаттайды. Бұл мақалада біз өзгешеленген