

$y^2 = (x - a)^2 + y^2$  и является алгебраической моделью ситуации, данной в задаче. На этом заканчивается первый этап ее решения (перевод задачи на координатный язык).

На втором этапе осуществляется преобразование полученного выражения, в результате которого получаем соотношение  $x = \frac{a}{2}$ .

На третьем этапе осуществляется перевод языка уравнения на геометрический язык. Полученное уравнение является уравнением прямой, параллельной оси  $Oy$  и отстоящей от точки  $A$  на расстояние  $d = \frac{a}{2}$ , т.е. серединного перпендикуляра к отрезку  $AB$ .

Решение олимпиадных задач методом координат развивает логическое мышление и интеллект. Достаточно простой в применении, метод координат является необходимой составляющей решения задач различного уровня. Использование данного метода, позволяет учащимся значительно упростить и сократить процесс решения задач.

### **Список использованной литературы:**

1. Гельфанд, И. М. Метод координат [Текст]- М. Наука, 1973г. -87с.  
И. Ф. Шарыгин, С. Б. Суворова – М. Дрофа, 1998г. – 416с.
2. Понтрягин, Л. С. Знакомство с высшей математикой. Метод координат [Текст] – М. Наука, 1987г. – 128с.
3. Метод координат / А. Савин // Квант -1977г. - №9
4. Автономова, Т. В. Основные понятия и методы школьного курса геометрии: Книга для учителя [Текст]/ Б. И. Аргунов – М. Просвещение, 1988г. – 127с.

### **Асканбаева Ғ.Б.<sup>1</sup>, Мунайтпас Ғ.Е.<sup>2</sup>**

*1. Ғылыми жетекші, аға оқытушы*

*2. Физика-математика және жалпы техникалық пәндер кафедрасы,  
«Математика» мамандығының 4 курс студенті*

## **ТРИНОГОМЕТРИЯНЫҢ ҚИЫНДЫҒЫ ЖОҒАРЫ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУДЕ ҚОЛДАНЫЛУЫ**

Қоғамның қойып отырған басты талабы жоғары мәдениетті, білімді, кәсіптік бағдарланған қоғам мүшелерін даярлау болып табылады. Саналы түрде өз бағытын таңдап алған оқушылардың білім, біліктерін жетілдіру мен дағдысын қалыптастыру педагогиканың қазіргі негізгі мәселесі. Оқушылар математика пәні мазмұнының өз өміріндегі, болашақ кәсіптік бағытындағы нақтылы практикалық қолданысымен таныспайтындықтары математиканы өмірден аулақ ғылым деп есептеуге негіз болып отыр. Математиканы оқытуда қарастырылатын қандай да бір нақты жағдаяттың математикалық моделін құру және тұжырымдау нақты процестер мен құбылыстарды зерделеуде

пайдаланылады. Жаратылыстану - математикалық бағыттағы мектептер мен сыныптарға арналған математика курсы әлемнің біртұтас бейнесін қалыптастыруға, жалпы ғылыми және интеллектуалдық біліктерді меңгертуге мүмкіндік береді. Тригонометрияның қиындығы жоғары есептерді оқып-үйрену үшін математиканы оқыту барысында қарастырылатын теориялық мәселелерді зерттеу мен есептерді шығарту әдістерінің маңызы зор. Әдістерді игерту арқылы оқушылардың математикаға деген қызығушылығын арттыруға, теориялық материалды меңгертуге мүмкіндік береді. Математиканы оқыту барысында тригонометрияның қиындығы жоғары есептерді шығару математикалық білімді өмірімен ұштастыруға, алған білімдерін тәжірибемен байланысты іс-әрекеттермен қолдана білуге, математиканың басқа пәндермен байланысын қарастыруға көмектеседі. Есептердің мазмұнында теориялық немесе практикалық маңызы бар сұрақ туатын қандай да бір болмасын жәй баяндалады. Есептер мақсаты оқушыларды алған білімдерін практикада қолдануға үйрету және әрі қарай дамыту болып табылады. Осы мақсатқа жету үшін тригонометрияның қиындығы жоғары есептерді шешу және оларды шығарудың әдіс - тәсілдерін үйрету, есеп шығару дағдыларын қалыптастыру қажет. Есеп шығару барысында математикалық ұғымдардың мағынасы ашылып, нақтыланады, оның ескерілмей жатқан жаңа бір қырлары байқалады. Күнделікті өмірде, өндірісте кездесетін практикалық мазмұнды қарапайым есептерді шығару ерекше білімді қажет етпейді. Мектеп қабырғасында шығаруға тиісті есептер арнаулы талаптарға, мектепте оқыту мүдделеріне жауап берулері керек. Мұндай есептерді пайдалануда есептің мазмұнына, алынған жауабына мұғалімнің берген түсініктемесі оқушының өмірлік, практикалық ойлауын қалыптастырудың негізгі құралы болып табылады. Алайда есептің мазмұнын немесе жауабын түсіндіру уақыт алады және мұғалімнің есепке қажетті кейбір математикалық ұғымдарды, анықтамаларды уақтылы дәл беріп отыру тәжірибесі жетіспей жатады. Тригонометрияның қиындығы жоғары есептерді шешуде теория мен практиканы ұштастыруда есептердің атқаратын рөлі зор. Сабақта шығарылатын есептердің әрбірі өтілген тақырып мазмұнын аша алуы, ол тақырыпты қайталауға, оны қолдануға мүмкіндік беруі керек. Мұның бәрі мұғалімнен берілетін есептерге мұқият талдау жасауды талап етеді. [1, 18 бет]

Оқыту барысында басты мәселе – мектеп математикасының негізгі ұғымдарын, әдістерін бөліп алу барлық оқушылармен дайындықтың міндетті деңгейіне жетудің маңызды құралы болып табылады. Оқу үрдісін теориялық материалды оқып үйренгенде де, есептер шығарғанда да, жұмыстардың ауызша және жазбаша түрлерінде де тиімді үйлестіруді бағдарлау қажет. Оқушыларды іргелі білім жинақтаған, жан-жақты дамыған тұлға ретінде дайындау түрлі бағыттар арқылы жүргізіледі, яғни оқу жоспарларының мазмұнын жетілдіру, оқу - әдістемелікті қамтамасыздандыруды жүзеге асыру, оқушылардың біліктілігі мен іскерлігін көтеру және т.б. Орта мектепте математикадан тригонометрияның қиындығы жоғары есептерді шешу әдістерін оқушыларға саналы да, сапалы да меңгерту мәселесі, яғни «Тригонометрияның қиындығы

жоғары есептерде қолданылуы» атты зерттеу тақырыбының өзектілігінанықтайды.[2, 54бет]

«Тригонометрия» термині гректің «тригон» - үш бұрыш және «метрио» - өлшеймін, «үшбұрышты өлшеу» деген сөзінен шыққан. Бұрыштарды өлшеуге деген қажеттілік қашықтықты өлшеуге деген қажеттілік сияқты ертеде-ақ пайда болған. Тригонометрияның дамуының бір себебі уақытты анықтау, ашық теңіздегі кемеңің немесе сахарадағы керуеннің орнын анықтау қажеттілігінен туған. Үшбұрыштың қабырғалары мен бұрыштарының арасындағы тәуелділікті зерттей отырып, ежелгі математиктер үшбұрыштың әр түрлі элементтерін есептеу тәсілдерін тапты. Ежелгі Вавилондықтардың тригонометриядан білімі болғандығын олардың Күннің және Айдың тұтылуын болжау фактілері дәлелдейді. Ежелгі вавилондықтардың қыштан жасалған кесте-жазуларының (б.э.дейінгі 2 мың жыл) бірінде дөңгелектің белгілі диаметрі және сегменттің биіктігі бойынша хорданың ұзындығын табуға арналған есептің шығарылу жолдары көрсетілген, ол синус пен косинустың арасындағы байланысты тағайындауға сәйкес келеді. Ежелгі грек ғалымдары тік бұрышты үшбұрыштарды шешу әдістерін білді. Астроном әрі математик Гиппарх (б.э.дейінгі II ғ.) хордалар кестесін-тұңғыш тригонометриялық кестені құрастырды. Тригонометриялық кестені құрастырудағы елеулі табыстардың бірі К.Птолемейдің (II ғ.) «Альмагест» атты шығармасы болды. Бұл еңбекте астрономия және оған жақын ғылымдар жөніндегі сол кезге дейін белгілі болған әр түрлі мәліметтер жинақталды және жалпыланды. Мұнда хорданың  $0^{\circ}$ -ден  $180^{\circ}$ -ге дейінгі жарты градус арқылы есептелетін алты ондық жүйеде құрылған кестесі келтірілген. Шын мәнінде хордалар кестесі  $0^{\circ}$  –тан  $90^{\circ}$  – қа дейінгі синустардың кестелері болып табылады. Птолемей қазіргі өрнектелуі мына түрдегі:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1. \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \quad , \quad \sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha).$$

формуларды қорытып шығарды. Тригонометрия жөніндегі бұл мәліметтер негізінен практикалық астрономия есептерін шешу үшін және бара алмайтын қашықтықтарды анықтау үшін қолданылады.

Теңбе–теңдікті дәлелдеу үшін теңдікке қатысы бар тригонометриялық функциялардың анықталу облысын, өрнектердің мүмкін мәндерінің жиынын табу керек. Осы шарттарды қанағаттандыратын теңбе-теңдіктерді дәлелдегенде көбінесе оның екі бөлігін де теңбе - тең түрлендіреді де, оларды үшінші бір өрнекке келтіреді. Кейбір жағдайларда теңбе - теңдіктердің бір жағы екінші жағынан күрделі болып келеді. Мұндай жағдайда сол күрделі жағын түрлендіріп, барынша қарапайым түрге келтіреді. Бұдан соң екі жағындағы өрнектердің айырмасын нольге айналдырады. Теңбе – тең түрлендіру кезінде жасалатын әртүрлі амалдармен, белгілі өрнектерді теңдіктердің екі жағынан алу не қосу кезінде теңбе – теңдіктің анықталу облысы ешбір өзгеріске түспеуі керек. Түрлендіру кезінде мәндестік бұзылса, дәлелдеу барысы дұрыс болмайды. Теңбе-теңдіктерді дәлелдеу кезінде келтіру формуласына және

тригонометриялық функциялардың периодтылығымен жұптылығы сияқты қасиеттерді, функцияның нольдерін үнемі ескеріп отыру керек.

Егер теңдіктегі аргументтер немесе тригонометриялық өрнектердің коэффициенттері қосымша шарттарды қанағаттандыратын жағдайда ғана теңдіктер дұрыс орындалатын болса, мұндай теңдіктерді шартты теңдіктер деп атайды. Мысалы, егер  $\cos \alpha + \cos \beta - \cos(\alpha + \beta) = \frac{3}{2}$  болса, онда  $\alpha = \beta = \frac{\pi}{3}$ -ке тең болатынын дәлелдендер. Мұндағы  $0 < \alpha < \pi$ ,  $0 < \beta < \pi$ . Немесе  $\alpha, \beta$  сандары  $a \cos x + b \sin x = c$  теңдеуінің әртүрлі шешімдері болса, онда  $\cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{c^2}{a^2 + b^2}$  теңдігінің дұрыстығын дәлелдендер деген сияқты теңдіктерді шартты теңдіктер деп атаймыз.[3, 24 бет]

Математикадан әр жылдарда облыстық олимпиадалардағы тригонометрия тақырыбы бойынша кездескен есептерді қарастырайық.

### №1.(10 сынып, облыстық олимпиада, 2012 ж)

Егер ABC үшбұрышында  $\frac{\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C}{\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C} = 2$  қатынасы орындалса, онда оның тікбұрышты үшбұрыш екенін дәлелдеу керек.

Дәлелдеуі: ABC үшбұрышының ішкі бұрыштарының қосындысы  $180^\circ$  – қа тең.  $\angle A = \alpha, \angle B = \beta, \angle C = \gamma$  деп белгілейік.  
 $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$ .

Есепте берілген тепе-теңдікке дәрежені төмендету формулаларын қолданамыз.

$$\frac{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2} + \frac{1 + \cos 2\beta}{2} + \frac{1 - \cos 2\gamma}{2}}{\frac{1 + \cos 2\alpha}{2} + \frac{1 + \cos 2\beta}{2} + \frac{1 + \cos 2\gamma}{2}} = 2.$$

Осы тепе-теңдікті түрлендірейік.

$$3 - (\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma) = 2(3 + \cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma)$$

$$3(\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma) = -3$$

$$\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = -1$$

$$2\cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta) + (1 + \cos 2\alpha) = 0$$

$$2\cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta) + 2\cos^2 \gamma = 0$$

$$2\cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta) + 2\cos^2(180^\circ - (\alpha + \beta)) = 0$$

$$2\cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta) + 2\cos^2(\alpha + \beta) = 0$$

$$2\cos(\alpha + \beta)(\cos(\alpha - \beta) + 1) = 0$$

$$\cos(\alpha + \beta) = 0 \text{ немесе } \cos(\alpha - \beta) = -1$$

$\cos(\alpha + \beta) = 0$  шартынан  $\alpha + \beta = 90^\circ$ , демек ABC үшбұрышы тікбұрышты үшбұрыш.

$\cos(\alpha - \beta) = -1$  бұдан  $\alpha - \beta = 180^\circ$ , ендеше  $\alpha = \beta + 180^\circ$ . Олай болуы мүмкін емес.

Сонымен берілген үшбұрыштың тікбұрышты үшбұрыш екендігі дәлелденді.

### №2.(9 сынып, облыстық олимпиада, 2012)

Есептеу керек:  $(1 + \operatorname{tg} 1^\circ)(1 + \operatorname{tg} 2^\circ) \dots (1 + \operatorname{tg} 44^\circ)$

Шешуі: Тангенстердің аргументтерінің қосындысының формуласы бойынша

$$(1 + \operatorname{tg}1^\circ)(1 + \operatorname{tg}2^\circ) \dots (1 + \operatorname{tg}44^\circ) = (\operatorname{tg}45^\circ + \operatorname{tg}1^\circ)(\operatorname{tg}45^\circ + \operatorname{tg}2^\circ) \dots (\operatorname{tg}45^\circ + \operatorname{tg}44^\circ) = \frac{\sin 46^\circ}{\cos 45^\circ \cos 1^\circ} * \frac{\sin 47^\circ}{\cos 45^\circ \cos 2^\circ} \dots \frac{\sin 99^\circ}{\cos 45^\circ \cos 44^\circ} = \frac{1}{(\cos 45^\circ)^{44}} = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{44}} = \frac{2^{44}}{2^{22}} = 2^{22}. [4, 187\text{бет}]$$

Тригонметиряны жақсы білу, тригонометриялық формулаларды есептер шығаруда дұрыс әрі орынды қолдану, қиындығы жоғары есептерді өте тиімді, тез шығаруға көмектеседі.

### Қолданылған әдебиеттер тізімі:

1. Әбілқасымова А.Е., Кенеш Ә.С. және т.б. Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі, Алматы, 1998.
2. Бидосов Ә. Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі, Алматы 2009.
3. Қаңлыбаев Қ.И. Есеп шығару практикумы. –А., 2011.
4. Литвиненко В.Н, Мордкович А.Г. Практикум порешение задач школьной математики. М., Просвещение, 1998.

### Қасымқанұлы Б.<sup>1</sup>, Назик Л.Н.<sup>2</sup>

1. Ғылыми жетекші, физика-математика ғылымдарының кандидаты, доцент
2. Физика-математика және жалпы техникалық пәндер кафедрасы, «Математика» мамандығының 4 курс студенті

## КӨПМҮШЕЛІКТЕРМЕН ИНТЕРПОЛЯЦИЯЛАУ

Кез-келген  $f(x)$  функциясын кесте, график, немесе формула түрінде келтіруге болады. Егер  $f(x)$  функциясы формула түрінде берілсе, онда бұл формуланы кесте немесе график түрінде келтіру оңай болады. Егер функция таблица немесе график түрінде берілсе, онда оны формула түрінде онда оны формула түрінде келтіру әлде қайда қиын болады. Берілген жаңа, әлдеқайда жеңіл функциялардың есептеулерін айтарлықтай жеңілдетуін елестету қиын. Интерполяция осындай есептерді шешуге мүмкіндік беретін білім саласы болып табылады.

Функция кесте түрінде берілсін. (1.1 Кесте)

x	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	...	x <sub>n</sub>
y	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	y <sub>3</sub>	...	y <sub>n</sub>

Мұндағы:

x<sub>i</sub>-аргумент;

y<sub>i</sub>- функция;

i=1, 2, 3, ..., n f(x) функциясының және аргументтеріне тиісті индексті айнымалы.