жаратылыстану-математика бағытындағы 11-сыныбына арналған оқулық. Өнд. Толық 2 бас. Алматы: "Мектеп" 2011 ж.,216 б.
5. www.infourok.ru
6. www.ust.kz

ПЛАНИМЕТРИЯЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУДЕ КООРДИНАТАЛЫҚ ӘДІСТІҢ ҚОЛДАНЫЛУЫ.

Аскарова А.Ж.
Ө.Сұлтанғазин атындағы Қостанай Мемлекеттік Педагогикалық университеті, Қостанай қ.

Ғылыми жетекші: Асканбаева Г.Б.
Ө.Сұлтанғазин атындағы Қостанай Мемлекеттік Педагогикалық университеті, Қостанай қ.

Аннотация
Планиметрия – раздел геометрии Евклида, изучающий двухмерные (в одной плоскости) фигуры, то есть фигуры, которые можно разместить в одной плоскости. Эти планиметрические задачи легко решают координатным методом.
Ключевые слова: треугольник, круг, параллелограмм, метод координат, аффинная система координат, прямоугольная система координат.
Annotation
Planimetry – is a branch of Euclidian geometry that studies two-dimensional (in one plane) shapes, i.e. shapes that can be placed in the same plane. These planimetric problems are easily solved using the coordinate method.
Keywords: triangle, circle, parallelogram, coordinate method, affine coordinate system, rectangular coordinate system.
Аннотация
Планиметрия – екі өлшемді (бір жазықтықтағы) фигураларды, яғни бір жазықтықта орналастыруға болатын фигураларды зерттейтін Евклид геометриясының бөлімі. Осы планиметриялық есептерді координаталық әдіспен шешкен жеңіл болады.
Түйінді сөздер: үшбұрыш, шеңбер, параллелограм, координаталар әдісі, аффиндік координаталар жүйесі, тік бұрышты координаталар жүйесі.

Координаталар мен координаталар жүйелерінің пайда болу тарихы өте ертеде басталады. Алғашында ежелгі әлемде астрономия, география және кескіндеме қажеттіліктеріне байланысты координаталар әдіс идеясы пайда болды. Ежелгі грек ғалымы Милет Анаксимандері алғашқы географиялық картаның құрастырушысы болып саналады. Ол тікбұрышты проекцияларды қолдана отырып, кеңістік пен бойлықты нақты сипаттады.Біздің дәуірімізге дейінгі 100 жыл бұрын Грек ғалымы Гиппарх жер шарының картасында параллельдер мен меридиандармен қоршауды және қазірге белгілі географиялық координаталарды: ендік пен бойлықты енгізіп, оларды сандар бойынша белгілеуді ұсынды.

Қазіргі координаталар әдісін құрудағы басты еңбек XVII ғасырдың бірінші жартысында француз математигі Рене Декартқа тиесілі. Оны ашуға итермелеген оқиға біздің заманымызға жетті. Театрдағы орындарды сатып алған билеттерге сәйкес, біз өмірімізде әдеттегі болып отырған орындарды қатарлар мен орындарда санау әдісін кімге және қашан ұсынғанын білмейміз. Бұл идея әйгілі философ, математик және жаратылыстанушы Рене Декартты (1595-1650) – тікбұрышты координаталардың атымен аталған. Париж театрларын аралап көрермендерді аудиторияда бөлудің қарапайым тәртібінің болмауынан туындаған шатасулардан, ұрыс-керістен, тіпті кейде дуэльдік қиындықтардан таң қалудан жалыққан жоқ. Ол ұсынған нөмірлеу жүйесі, әр жерде жол нөмірі мен сериялық нөмірді алған, дау-дамайдың барлық себептерін дереу жойып, Париждің жоғары қоғамында нағыз сенсация жасаған. [1]

Координаталар әдісі геометриялық есептерді шешудің әмбебап әдістерінің бірі болып табылады.

Есептерді шешу әдісі ретіндегі координаталар әдісінің мәні мынада: фигураларды теңдеулер арқылы анықтап, координаталардағы әртүрлі геометриялық қатынастарды білдіру арқылы алгебраның көмегімен геометриялық есепті шешуге болады. Керісінше, координаталарды қолдана отырып, алгебралық және аналитикалық қатынастар мен фактілерді геометриялық тұрғыдан түсіндіруге болады, осылайша алгебралық есептерді шешуде геометрияны қолдануға болады. [3]

Жазықтықта екі координаталық осьтерді қолдана отырып, әр нүкте жұп сандармен сәйкес қойылады (нүктенің координаталары деп аталады), ал түзу теңдеуге, түзудің қиылысу нүктесіне сәйкес келеді, екі белгісіз және екі теңдеудің шешімі және т.б. геометриялық факт алгебра тіліне аударылады, ал есепті шешу үшін алгебралық аппараттар оның түрлендірулерін анықтау және теңдеулерді шешудің жақсы дамыған әдістерімен қолданылады.

Бұл әдістің қолданылу аймағы өте кең. Координаталық әдіс геометриялық есептерді алгебралық есептерді жинақтайды, олардың табиғаты бойынша алгоритмдеу оңайырақ, яғни есептеулер реттілігіне келтіріледі. Осы әдісті қолдану арқылы көптеген геометриялық және физикалық-техникалық есептерді шешуге болады.[2]

Координаталар әдісі – әмбебап әдіс. Ол алгебра мен геометрия арасында тығыз байланысты қамтамасыз етеді. Мектептегі геометрия курсына келетін болсақ, кейбір жағдайларда координаталық әдіс дәл геометриялық әдістермен салыстырғанда, дәлелдеулер жасауға және көптеген мәселелерді ұтымды, әдемі шешуге мүмкіндік береді деп айта аламыз. Бұл әдісті зерттеу мектеп геометрия курсының ажырамас бөлігі болып табылады деп айтуға толық негіз бар. Бірақ, есептерді координаталық әдіспен шешу кезінде алгебралық есептеулердің шеберлігі қажет екенін және жоғары деңгейдегі зеректілік қажет емес екенін ұмытпауымыз керек және бұл өз кезегінде оқушылардың шығармашылық қабілеттеріне теріс әсер етеді. Сондықтан оқушыларға әртүрлі есептерді координаталық әдіспен шешуге мүмкіндік беретін координаталар әдісін зерттеу әдістемесі қажет, бірақ бұл әдісті геометриялық есептерді шешу үшін негізгі әдіс ретінде көрсетпейді. Тек жеткілікті тәжірибе координаталар жүйесін ең қолайлы таңдауға мүмкіндік береді. Координаталық әдісті сәтті қолдану үшін проблемалық жағдайды координаталық тілге аудару керек, содан кейін қажетті алгебралық түрлендірулерді жүргізу, теңдеулер жүйесін шешіп, кері ауысуды жүзеге асыру, яғни нәтижені геометриялық түсіндіру қажет. Есепті шешу көмекші құрылыстарды жүргізуді қажет етпейді және алгебра ережелерін қолдануға азаяды.

Мектеп тәжірибесінде координаталар әдісі сирек қолданылады. Әдістің әлсіз жақтары да бар. Есептердің шешімі көбінесе қарапайым геометриялық факт әрдайым қарапайым координаталық формуламен сәйкес келе бермейтіндіктен, алгебралық түрлендірулердің қолайсыздығымен, алгебралық тәуелділіктерді кейде геометриялық тұрғыдан түсіндіру қиынға соғады. Осыған байланысты мәселені координаталар әдісімен шешуде координаталар жүйесін дұрыс таңдау үлкен маңызға ие екенін атап өткен жөн. Бұл фигураға шығу және координаталық осьтер табиғи түрде бекітілуі керек. Әдетте, есептерде анықталған түзулер және фигураның симметрия осьтері координаталық осьтер ретінде таңдалады.

Тікбұрышты координаталар жүйесі мектеп математика курсынан жақсы белгілі. Ол метрикалық есептерді шешуде қолдануды табады. Бір түзу немесе параллель түзулерде жатқан кесінділердің қатынасын есептеу арқылы түзулердің параллельдігін дәлелдеумен байланысты есептерді шешу үшін, ал кейбіреулерінде жалпы декарттық немесе аффиндік деп аталатын басқа координаталар жүйесі ыңғайлы.

Геометрия курсында координаталар әдісін зерттеудің келесі мақсаттарын анықтаймыз:

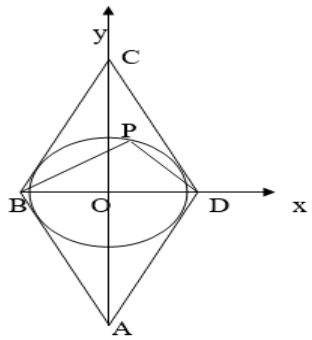
- геометриялық есептерді шешуде алгебралық аппараттарды қолдану қабілеттерін дамыту, соның негізінде алгебра мен геометрияның тығыз байланысын көрсету;
- есептеу және графикалық мәдениетті дамыту;
- есептерді шешудің тиімді тәсілін көрсетіп және теоремаларды дәлелдеу.

Координаталар әдісі мектеп курсында планиметриялық есептерді шығаруда қолданылады. Координаталық әдіс білім алушыларда осы әдісті практикада қолдануға ықпал ететін іскерліктер мен дағдылардың болуын көздейді. Осы талдау процесінде келесі есептің шешілуін талдап көрейік, есептерді шешуде координаталық әдісті қолдану қабілетінің құрамдас бөліктері болып табылатын дағдыларды бөліп көрсетейік.

№1 есеп (№327 Готман) [1]

$ABCD$ ромбысына шеңбер іштей сызылған, оның қабырғасы 2 – ге және A бұрышы 60° – тең. Шеңбердің P кез – келген нүктесі үшін $PA^2 + PB^2 + PC^2 + PD^2 = 11$ дәлелдеңіз.(«Сурет 1»)

Шешуі:



Сурет 1

Тікбұрышты координаталар жүйесін енгіземіз.

Сонда $B(-1;0), D(1;0), C(0;\sqrt{3}), A(0;-\sqrt{3})$

Ромбының ауданын табамыз:

$$S_p = a^2 sin\alpha = 4 * \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

Ромбының ауданының формуласынан ромбының биіктігін табамыз.

$$S_p = a * h$$

$$h = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

Осыдан кейін шеңбердің радиусын табамыз.

$$r = \frac{h}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Шеңбер формуласы келесі түрде болады:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = \frac{3}{4}$$

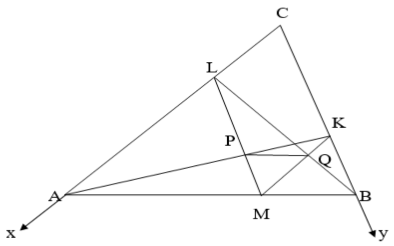
$$P(x;y)$$

$$x^2+\left(y+\sqrt{3}\right)^2+x^2+\left(y-\sqrt{3}\right)^2+(x+1)^2+y^2+(x-1)^2+y^2$$
$$=x^2++y^2+2\sqrt{3}y+3+x^2+y^2-2\sqrt{3}y+3+x^2+2x+1+y^2+x^2$$
$$-2x+1++y^2=\frac{3}{4}+6+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+2+\frac{3}{4}=6+3+2=11$$

№2 есеп(№311 Готман)

ABC үшбұрышының AB жағындағы M нүктесі арқылы тиісінше K және L нүктелерінде AC және BC қиылысатын AC және BC жақтарына параллель түзу жүргізілді. AK кесіндісі LM кесіндісін P нүктесінде және BL кесіндісі KM кесіндісін Q нүктесінде қиып өтеді. PQ және AB кесінділері параллель болатындығын дәлелдеңіз. Егер $\frac{AM}{MB}=2$ болса, онда $\frac{PQ}{AB}$ табыңыз.(«Сурет 2»)

Шешуі:



Сурет 2

Аффиндік координаталар жүйесін енгіземіз: $A(1;0), B(0;1), C(0;0)$.

$M(a;b)$ – AB жағының нүктесі болсын. ΔABC

Онда: $L(a;0), K(0;B)$

AK түзуінің теңдеуі келесі түрде болады:

$$\frac{x-1}{0-1}=\frac{y-0}{b-0}$$

$$\frac{x-1}{-1}=\frac{y}{b}$$

$bx-b=-y$

$bx+y=b$

LM түзуінің теңдеуі келесі түрде болады: $x=a$

Шарт бойынша: $AK\cap LM=P$

Теңдеулер жүйесін шешу арқылы, P нүктесінің координаталарын табамыз:

$$\begin{cases} x=a \\ bx-b=-y \end{cases}$$

$y=b-ab=b(1-a)$

P нүктесінің координаталары: $P(a;b-ab)$

Шарт бойынша: $MK\cap LB=Q$

MK түзуінің теңдеуі келесі түрде болады: $y=b$

LB түзуінің теңдеуі келесі түрде болады:

$$\frac{x-0}{a-0}=\frac{y-1}{0-1}$$

$$\frac{x}{a} = \frac{y-1}{-1}$$

$$-x = ay - a$$

Теңдеулер жүйесін шешу арқылы, Q нүктесінің координаталарын табамыз:

$$\begin{cases} x + ay = a \\ y = b \end{cases}$$

$$x = -ab + a$$

Q нүктесінің координаталары: $Q(a - ab; b)$

$$\overrightarrow{PQ} = (-ab; ab)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 1)$$

$\overrightarrow{PQ} = ab\overrightarrow{AB}$ – коллинеар =>$PQ \parallel AB$

Шарт бойынша: $\frac{AM}{MB} = 2$

M нүктесінің координаталары: $M\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$

$$\overrightarrow{PQ} = ab\overrightarrow{AB} = \frac{2}{9}\overrightarrow{AB}$$

Онда қатынас $\frac{PQ}{MB} = \frac{2}{9}$

Жауабы: $PQ \parallel AB$; $\frac{PQ}{MB} = \frac{2}{9}$

Қорыта айтқанда,координаталар әдісі әр түрлі деңгейдегі есептерді шешудің қажетті құрамдас бөлігі болып табылады. Бұл әдісті қолдану оқушыларға олимпиада есептерін шешу процесін айтарлықтай жеңілдетуге және қысқартуға мүмкіндік береді. Координаталар әдісі алгебра мен геометрия арасындағы тығыз байланысты қамтамасыз етеді. Координаталар әдісі дәлелдемелер құруға және көптеген олимпиадалық есептерді таза геометриялық әдістерге қарағанда барынша тиімді, әдемі шешуге мүмкіндік береді.

Пайдаланылған әдебиеттер:

1. Готман Э. Г. Задачи по планиметрии и методы их решения. Москва. Издательство «Просвещение» Комитета Российской Федерации по печати. 1996 год. - 239с.
2. Зеленяк О. П. Решение задач по планиметрии. Москва. ДиаСофтЮП, ДМК Пресс. 2008 год. - 336с.
3. Ильин В. А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. Москва. Издательство «Наука» Главная редакция физико-математической литературы. 1968 год. - 232с.

САПАЛЫҚ ЕСЕП ОҚУШЫЛАРДЫҢ ТАНЫМДЫҚ ҚЫЗМЕТІН БЕЛСЕНДІРУ РЕТІНДЕ

Аскаров Б. Қ.
Ө.Сұлтанғазин атындағы Қостанай мемлекеттік педагогикалық университет, Қостанай қ.

Ғылыми жетекшісі: Нупирова А.М.
Ө.Сұлтанғазин атындағы Қостанай мемлекеттік педагогикалық университет, Қостанай қ.